



Aalborg Universitet

AALBORG UNIVERSITY
DENMARK

Delrapport E for KONMAT 2

straingages

Hansen, Lars Pilegaard

Publication date:
1997

Document Version
Tidlig version også kaldet pre-print

[Link to publication from Aalborg University](#)

Citation for published version (APA):
Hansen, L. P. (red.) (1997). *Delrapport E for KONMAT 2: straingages*. Aalborg Universitet. R / Inst. for Bygningsteknik, Aalborg Universitetscenter

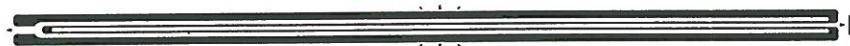
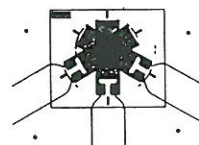
General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal -

Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at vbn@aub.aau.dk providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.



DELRAPPORT E FOR KONMAT 2

STRAININGAGES

Indholdsfortegnelse

1.	Indledning	1
2.	Plan for straining kursus	1
	2.1 Generel strainingsteori	1
	2.2 Konditioneringskredsløb	2
	2.3 Montering af straininges	2
	2.4 Kalibrering af straininges	2
	2.5 Eksempler på målinger med straininges	3
3.	Nødvendigt udstyr for måling med straininges	3
4.	Afslutning	4
Bilag A:	Notat om straininges	
Bilag B:	Laboratorieforsøg med aluminiumskive og -bjælke	

1. Indledning

Denne delrapport er udarbejdet af KONMAT 2 gruppen, som er et ud af 7 delnetværk i netværket "KONMAT", som står for "KONstruktioner og MATerialer". Gruppens medlemmer og arbejde er nøjere beskrevet i gruppens hovedrapport, hvortil der henvises.

Denne delrapport er en kortfattet beskrivelse af et straingage kursus med tilhørende demonstrationer og/eller laboratorieforsøg med straingages.

Straingage betyder tøjningsmåler og er i virkeligheden blot en elektrisk modstand monteret på et bærelag, som igen monteres på overfladen af en konstruktion med det formål at måle overfladens deformation (længdetøjning) det pågældende sted. Rent fysisk er det altså straingagens modstandsændring forårsaget af en deformationsændring af overfladen som måles.

En straingage er en meget billig transducer, men det kræver dog et elektrisk konditioneringskredsløb for at straingages kan anvendes til tekniske målinger. Med moderne elektronik kan der måles tøjningsændringer af størrelsesorden 10^{-6} , hvilket for langt de fleste formål er helt tilstrækkeligt.

Ofte ønskes en plan tilstand i et punkt undersøgt, hvilket kræver 3 parametre bestemt f.eks. 3 længdetøjninger. Dette kan opnås ved anvendelse af en såkaldt rosette gage, som blot er 3 enkeltgages i forskellige måleretninger samlet (tilnærmet) i et punkt.

Straingages kan benyttes både til måling på konstruktioner påvirket af statisk last og på konstruktioner med tidsvarierende last.

Teori om straingages, deres opbygning, anvendelser m.v. kan findes i en række lærebøger (næsten udelukkende udenlandske) om eksperimentel mekanik. Et forslag til et grundlæggende straingage kursus på dansk er anført i bilag A. Gennemgangen heraf kan gennemføres på 1 til 4 lektioner (45 minutter) afhængigt af, hvor dybt man ønsker at gå i stoffet.

I afsnit 2 er anført forskellige punkter, som bør indgå i et straingage kursus, og i afsnit 3 er anført en oversigt over apparatur, som kan benyttes i forbindelse med straingage målinger.

2. Plan for straingage kursus

I dette afsnit skal redegøres for nogle af de emner, som bør omtales i et straingagekursus. Som nævnt i indledningen kan tidsforbruget til kurset variere mellem 1 og 4 lektioner (45 minutter) og afsnittet skal derfor først og fremmest tjene som en grov disposition over nogle emner, som man afhængigt af den til rådighed værende tid kan gøre mere eller mindre ud af.

Som en anden rettesnor kan også benyttes noten anført i bilag A.

2.1 Generel straingage teori

Grundlæggende principper

Her bør omtales den helt grundlæggende teori for modstandsændringen af en tråd, gagematerialer,

tråd- og foliegages samt indføring af gagefaktoren. Endvidere bør tværeffekt (tværfaktor) omtales.

Fordele og ulemper ved straingages

En omtale af fordelene (som heldigvis er de fleste) og ulemperne ved anvendelse af straingages til tøjningsmåling. Der bør gøres mest ud af ulemperne (fugt, varme, langtidsmålinger m.v.).

Gagetyper

Her bør omtales de forskellige gagetyper, som f.eks. enkeltgages, rosettegages, kædegages, gages til høje temperaturer, gages til bestemmelse af egenpændinger, specialgages, m.v. Anvendelse i andre transducere (kraftmåling, flytningsmålinger m.v.).

Eksempler på anvendelsen af straingages

Der bør omtales eksempler på, hvor anvendelsen af straingages har været benyttet ved løsning af eksperimentelle opgaver.

2.2 Konditioneringskredsløb

Det mest almindelige konditioneringskredsløb, når talen er om straingages, er Wheatstonebroen. Den grundlæggende teori for denne bør derfor gennemgås med opstilling af ændring af output spænding som funktion af inputspænding samt modstandsændringerne i brogrenene.

Herudover bør de almindeligste brotyper gennemgås:

- * Kvart broen
- * Halvbroen
- * Diagonalbroen
- * Fuldbroen

og illustreres med eksempler på, hvor de kan benyttes. Demonstrationer i forbindelse med gennemgangen af de forskellige brotyper.

2.3 Montering af straingages

Montering af straingages, herunder forberedelse af målested, limtyper, limfuger, isoleringsmodstand m.v. bør omtales. Om muligt foretages montering af straingages som en demonstration eventuelt også montering udført af studerende.

2.4 Kalibrering af straingages

Det er meget vigtigt, at hele målekæden er kalibreret. Kan foretages ved anvendelse af

- * Kendt tøjningstilstand
- * Straingage kalibrator
- * Shunt kalibrering

2.5 Eksempler på målinger med straingages

Der er vigtigt at ovennævnte teori suppleres med eksempler på målinger med straingages. Som eksempler på sådanne målinger kan anføres:

- * Trækstang med langsgående og tværgående straingages til bestemmelse af elasticitetsmodul og Poissons forhold.
- * Bøjning af bjælker, herunder indflydelse af normalkræfter. De forskellige brotyper kan passende illustreres ved sådanne forsøg.
- * Demonstration af temperaturens indflydelse. Temperaturkompenserende straingages. Temperaturkompensering med halvbroforbindelse.
- * Trækstang med hul eller kær. Tøjningstilstand måles f.eks. med kædegages. Straingages med forskellige længder kan benyttes til illustration af målelængdens indflydelse ved tøjningsfelter med store tøjningsgradienter. Om muligt bør dataopsamling benyttes sammen med specialudviklet software til den efterfølgende databehandling.
- * Tidsvarierende målinger af svingende bjælke til bestemmelse af egenfrekvenser og dæmpning. Dataopsamling eller oscilloskop kan benyttes.

De fleste af ovennævnte eksempler kan vises ved anvendelse af relativt simpelt transportabelt udstyr og egner sig derfor godt til demonstrationer i forbindelse med den teoretiske undervisning om straingages.

Såfremt større forsøg med straingages ønskes udført kan der som eksempel herpå anføres forsøg med en bjælke- og en skivekonstruktion forsynet med en række rosettegages som nærmere omtalt i bilag B.

3. Nødvendigt udstyr for måling med straingages

Som tidligere nævnt kræver hvert målested med straingage et konditioneringskredsløb (Wheatstone bro) for at kunne måle tøjningen. Der kræves derfor som absolut minimum 1 straingage forstærker for at kunne foretage demonstrationer. Imidlertid vil det forøge værdien af demonstrationerne meget om flere straingage forstærkere er til rådighed. Man vil være godt hjulpet med en forstærkerenhed med 4-6 kanaler. Såfremt en sådan ikke er forsynet med omskiftere og display er det nødvendigt også at råde over et antal voltmetre.

Det vil være en stor fordel at have en "demonstrations Wheatstone bro" til rådighed, hvor de forskellige brotyper kan illustreres simpelt. Denne bør endvidere være forsynet med et stort display.

Der bør fremstilles forskellige simple transportable prøvestande til frembringelse af simple træk-, bøjnings- og svingningstilstande.

Såfremt eksempler med adskillige målekanaler ønskes anvendt er det nødvendigt med dataopsamlingsudstyr. Der kan være tale om dataopsamlingsudstyr både til statiske målinger og

til tidsvarierende målinger samt specialudviklet software til databehandlingen, f.eks. optegning af tøjningsfordelinger, overgang fra tøjninger til spændinger, bestemmelse af hovedretninger og hovedtøjninger, bestemmelse af egenfrekvenser og dæmpning.

Til demonstration af kalibrering kan med fordel anvendes shuntkalibrering, som er en simpel og yderst billig kalibreringsmetode.

4. Afslutning

Straingages er en meget benyttet transducer både i fabriksfremstillede kraft- og tøjningsmålere og ved direkte måling af tøjningstilstande i laboratorier. Da tøjningsbegrebet er et rent geometrisk begreb er det simplere at forstå end det ingeniørmæssigt indførte spændingsbegreb, er det naturligt at fokusere på bestemmelse af tøjningstilstande. Hertil kan straingage være et udmærket hjælpemiddel.

Bilag A

Notat om strainingages

Notat om straingages

Indholdsfortegnelse

1.	Indledende betragtninger.....	1
1.1	Lidt historie	1
1.2	Straingage typer	5
1.3	Anvendelsesområder samt fordele og ulemper ved at anvende straingages	5
1.4	Kort omtale af notens øvrige afsnit	6
2.	Grundprincipper for modstandsstraingages	7
2.1	Fysiske forhold, gagefaktor	7
2.2	Mere om gagefaktoren, tværeffekt	12
2.3	Temperaturafhængighed	18
2.4	Måling på inhomogene tøjningsfelter	21
3.	Wheatstone broen	22
3.1	Grundligninger	22
3.2	Brotyper	25
4.	Kalibrering af straingage målekæder	33
4.1	Strain - indikator med indbygget kalibreringssignal	35
4.2	Shunt kalibrering	35
4.3	Kalibrering med kalibreringsenhed	37

1. INDLEDENDE BETRAGTNINGER

1.1. Lidt historie

Inden for statikken og dynamikken udgør spændings-tøjningsbegrebet et meget vigtigt redskab til beskrivelse af tilstanden i legemer, som påvirkes af kræfter, momenter, sætninger af understøtninger, temperaturer samt andre typer påvirkninger.

Spændingsbegrebet er i virkeligheden et noget abstrakt begreb. I ingeniørens verden benyttes det imidlertid meget, idet man mener at have en fornemmelse af, "hvad en spænding er". I virkeligheden er det dog nok snarere tøjningsstørrelser, man har i tankerne. Tøjningsbegrebet er da også meget simplere at forstå, idet det blot bygger på relative forlængelser/forkortelser. En tøjning kan bestemmes ved at foretage 2 længdemålinger, nemlig en længdemåling i udeformeret tilstand og en efterfølgende længdemåling i deformeret tilstand og så regne lidt på disse 2 længdemålinger. Og længdemåling er en umiddelbart forståelig operation, som indgår utallige steder i vor dagligdag. Når talen er om længdemåling i forbindelse med tøjningsbestemmelse, kræver det dog normalt mere end de sædvanlige længdemålingsredskaber som målebånd, tomestok, kilometertæller o.s.v., hvilket kommer af, at de tøjningsstørrelser vi som ingeniører er interesseret i at måle, er små størrelser. Dette betyder, at differensen mellem de to tilstande udeformeret/deformeret må fastlægges med stor nøjagtighed, for at målingen har nogen som helst interesse.

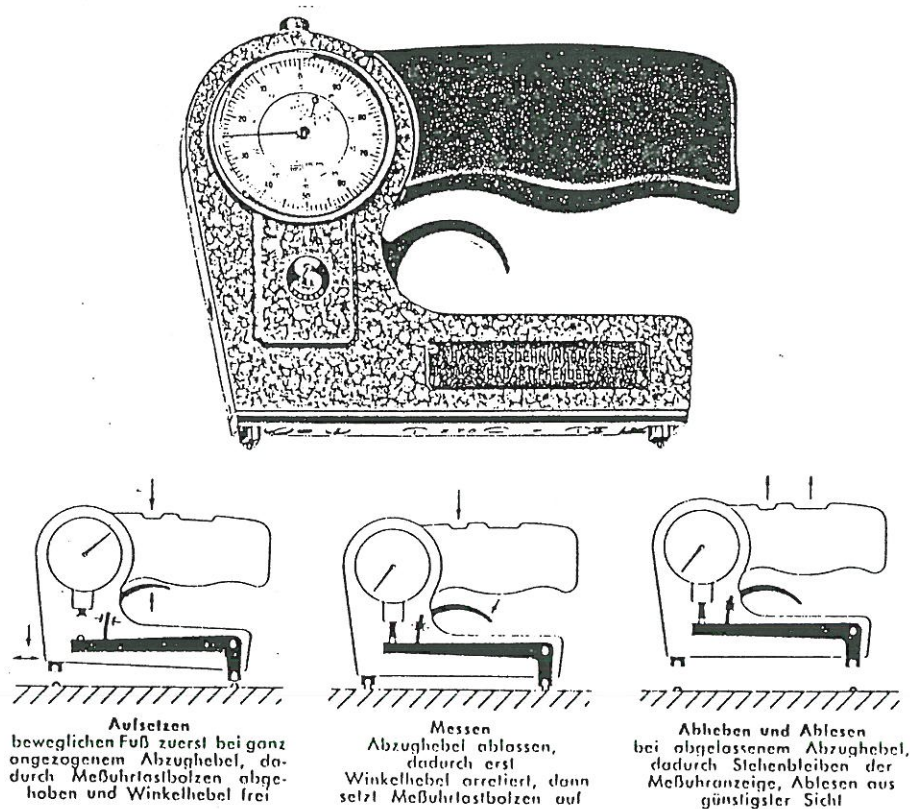
Ved anvendelse af 2 (nøjagtige) længdemålinger er man således i stand til at foretage en tøjningsbestemmelse eksperimentelt. Anderledes forholder det sig med spændingsbestemmelse. En sådan kan normalt ikke foretages eksperimentelt, hvilket hænger sammen med spændingsbegrebets definition og mere abstrakte karakter.

Ønsker man derfor via målinger at undersøge spændingsforholdene i en belastet konstruktion, må man ofte først foretage en tøjningsbestemmelse (f.eks. ved anvendelse af straingages) og derefter ved anvendelse af spændings-tøjningsrelationer (hvor der indgår eksperimentelt bestemte materialeparametre, f.eks. elasticitetsmodul og Poissons forhold) bestemme spændingerne udfra tøjningerne.

Man kan således sige, at en vigtig del af eksperimentelle målinger på konstruktioner i deformerede tilstande er baseret på måling af tøjninger.

Da tøjningsmåling som nævnt i virkeligheden blot er en nøjagtig længdemåling, er der i tidens løb og helt op til vore dage udviklet mange *mekaniske måleinstrumenter* til tøjningsmåling. Mange af disse virker aldeles fortræffeligt, er solidt og godt konstrueret og udmærker sig ved en meget præcis konstruktion.

Et eksempel på en sådan mekanisk tøjningsmåler er vist i figur 1.1.



Figur 1.1. Mekanisk tøjningsmåler.

Figuren viser en mekanisk tøjningsmåler fra Laboratoriet for Bærende Konstruktioner, AUC: BAM Setzdehnungsmesser, Bauart Phender. På prøvelegemet monteres (nedpresses eller limes) to $1/16''$ stålkugler med en indbyrdes afstand på 20, 40, 60 eller 100 mm (basismålelængden). I deformeret tilstand måles afstanden mellem de to stålkugler, idet instrumentet er forsynet med to "målefødder", som passer til stålkuglerne. På skalaen svarer 1 skaladel til $1/1000$ mm. Udfra basismålelængden kan tøjningen herefter bestemmes. Som det ses, er der således i virkeligheden tale om en flytningsmåler. Dette gælder mange andre såkaldte tøjningsmålere. Det er snarere nøjagtige flytningsmålere. En sådan tøjningsmåling er relativ simpel at foretage og meget pålidelig. Tøjningsmåling med mekaniske måleinstrumenter har imidlertid en række ulemper, hvoraf der her skal nævnes:

1. Automatisk registrering af målingen er ikke mulig.
2. Tøjninger, der varierer hurtigt med tiden, kan ikke måles.
3. Basismålelængden er ofte ret stor, således at der ikke kan måles på konstruktioner med inhomogene tøjningstilstande.

Disse 3 ulemper har tøjningsmåling ved anvendelse af straingages ikke.

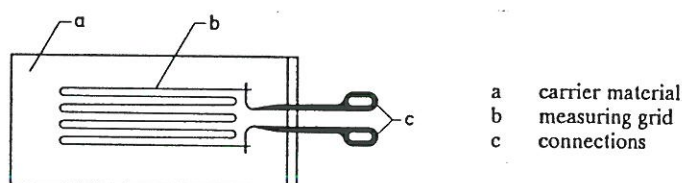
"Opfindelsen" af straingages tilskrives ofte amerikanerne *Simmons* og *Ruge*, som dog arbejdede uafhængigt af hinanden og som i slutningen af 1930'erne gjorde tøjningsmåling med straingages praktisk anvendelig.

Den grundlæggende fysiske iagttagelse skete dog meget før. *William Thomson*, senere *Lord Kelvin*, samt *Charles Wheatstone*, havde i midten af forrige århundrede gjort de grundlæggende arbejder for vor tids straingage måling. De fandt ud af, at når en metaltråd deformeres, ændres dens elektriske modstand, og at denne lille modstandsændring passende kunne bestemmes ved anvendelse af et elektrisk kredsløb (signalkonditionerings-kredsløb), som senere fik navn efter opfinderen, *Wheatstone - broen*, se kapitel 3. Endvidere konstaterede Lord Kelvin, at modstandsændringen også var afhængig af materialet, således at forskellige materialer har forskellig følsomhed over for den samme mekaniske påvirkning.

Ruge tog en metaltråd og fastgjorde den til et bæremateriale og havde dermed sit "måleinstrument", *trådgagen*. Bærematerialet bevirker, at straingagen kan håndteres bekvemt og skal sammen med limen (som virker mellem bæremateriale og konstruktion) sikre, at tøjningstilstanden overføres korrekt fra konstruktion til straingage tråden. Trådgagen var let at håndtere, var meget tynd, vejede næsten ingenting og kunne limes på næsten enhver overflade.

Ruge havde ikke blot rent praktisk konstrueret en pålidelig metaltråds gage, men kunne også se de store anvendelsesmuligheder for denne tøjningsmåler, hvilket eftertiden tydelig har vist.

Ruges design ændrede sig kun lidt i de følgende årtier og grundformen for en trådgage, hvoraf et eksempel er vist på figur 1.2 består af:



Figur 1.2. Trådgage. (Gengivet efter tilladelse fra HBM, Darmstadt).

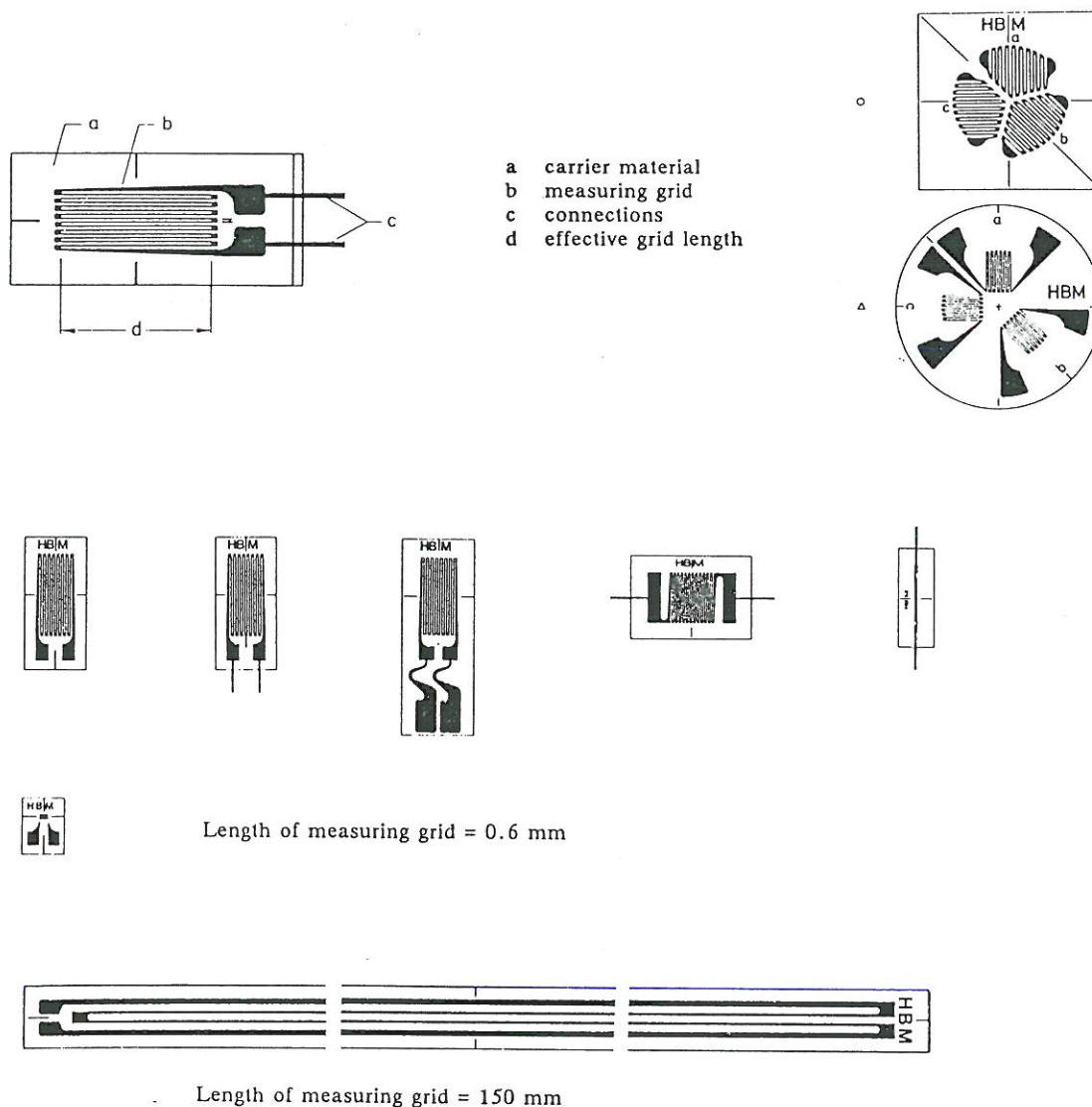
- a. Bæremateriale.
- b. Den målende tråd, ofte anordnet med flere "slynger".
- c. Forbindelsespunkter (loddeterminaler) til ledninger.

Talrige former for trådgages har i tidens løb set dagens lys, men alle er varianter over denne grundmodel. Trådmaterialet er som regel kobber- nikkel eller krom-nikkel-legeringer og tråddiameteren er af størrelsesorden 0,025 mm.

Det skal her indledningsvist også præciseres, at trådgagen (som andre gage typer) måler tøjningen i trådens *længderetning*, og at der er tale om en slags *gennemsnitstøjning* målt over metaltrådens udstrækning i gagens længderetning, se nærmere herom senere..

Omkring 1950 skete der en ny udvikling, idet metaltråden blev erstattet med en meget tynd metalfolie. Ved anvendelse af en avanceret foto - ætsende proces dannes et mønster i metalfolien, og resultatet er en ny gage type, en såkaldt *foliegage*.

Teknikken til fremstilling af foliegage gør det muligt at fremstille næsten enhver tænkelig geometrisk form, og de forskellige fabrikanter af foliegage har da også i tidens løb fremstillet et utal af former til mange forskellige formål. Nogle få typer er vist på figur 1.3.



Figur 1.3. Foliegages. (Gengivet efter tilladelse fra HBM, Darmstadt).

På figuren er vist dels eksempler på enkeltgages og dels såkaldte *rosettegages*, som består af 3 enkeltgages, som kan være anbragt ovenpå hinanden eller lidt ved siden af hinanden. Andre typer rosettegages findes også. Placeres en rosettegage i et punkt i en konstruktion med plan tøjningstilstand, kan man ved anvendelse af rosettegagen bestemme *længdetøjninger* i de 3 retninger, rosettegagens enkeltgage har. Udfra disse 3 længdetøjninger er det muligt ved anvendelse af transformationsformlerne (eller Mohrs cirkel) at bestemme tøjningstilstanden i det pågældende punkt (hovedtøjninger, hovedretninger, tværtøjninger m.v.).

Enkeltgages fremstilles i mange forskellige længder og udformninger. Der henvises her til firmakatalogerne. Typisk vil mindste gagelængde være omkring 0,5 mm og største gagelængde omkring 250 mm. Hyppigt anvendte gagelængder er 3 mm og 6 mm. Til inhomogene materialer, som f.eks. træ og beton, bør større målelængder benyttes. For

beton kan som grov tilnærmelse benyttes gages med en målelængde på 3–4 gange den største stenstørrelse i betonen. Standardiserede værdier for modstanden af en straingage er 120 Ω , 350 Ω , 600 Ω og 1000 Ω . Tolerancen angives ofte til $\pm 0,25\%$.

Udover enkelt- og rosettegages findes mange andre gageformer. Her skal blot nævnes en *kæde af straingages*, typisk 10 straingages, placeret tæt ved siden af hinanden og anordnet på et fælles bærelag. Det har den fordel, at alle 10 straingages kan monteres på konstruktionen på engang. Dette giver en simplere og meget mere nøjagtig montering end at montere de 10 straingages enkeltvis.

1.2. Straingage typer

I det foregående afsnit er kort omtalt den mest almindelige type straingage, nemlig *modstandsstraingagen*, hvor det er den elektriske modstandsændring i en metaltråd eller en metalfolie, som sættes i relation til en tøjningsændring.

Mange andre typer straingages findes, idet det kan bemærkes, at ordet "straingage" er meget "rummeligt", og mange former for transducere ("følere") går ind under navnet straingage.

En speciel type straingage er *halvleder* straingagen, hvor modstandsstraingagens metaltråd er erstattet af en cylinderformet krystal af silicium eller germanium. Tykkelsen er nogle få hundrededele millimeter og længden nogle få tiendedele millimeter. Sådanne straingages giver et udgangssignal, som er ca. 50 gange større end fra en foliegage, men signalet er meget mere følsomt over for f.eks. temperaturvariationer. Ofte udviser halvlederstraingage også ikke-lineære egenskaber. Det kræver speciel viden og erfaring at arbejde med halvlederstraingage og ved Laboratoriet for Bærende Konstruktioner, AUC, har vi endnu ikke benyttet denne type straingage.

En tredje type elektrisk modstandsstraingage er udført af et tyndt *vakuumpådampet metallag* (tyndfilmteknik). Sådanne benyttes mest ved fremstilling af f.eks. krafttransducere.

Som nævnt findes mange typer straingages, herunder nogle der arbejder efter kapacitative og piezoelektriske principper. Vi skal ikke i denne fremstilling komme nærmere ind herpå.

Endvidere kan nævnes, at der findes straingages til mange specielle formål, f.eks. straingages til måling ved høje temperaturer, straingages til undersøgelse af revneudvikling og straingages til brug ved udmattelsesundersøgelser. En speciel anvendelse (med specielle straingage typer) er undersøgelser af egenpændingstilstande i metaller.

Der henvises for specialgagenes vedkommende til fabrikanternes kataloger.

1.3. Anvendelsesområder samt fordele og ulemper ved at anvende straingages

Straingages anvendes nutildags i stor udstrækning til eksperimentelle tøjningsundersøgelser herunder undersøgelser på modeller, hvor straingages er velegnede på grund af

deres meget ringe vægt.

En anden stor anvendelse af straingages er ved transducerfabrikation, f.eks. kraft-transducere (også kaldet lastceller eller vejeceller). Hertil kræves straingages med stor målenøjagtighed.

At benytte straingages til måling af tøjninger har en lang række *fordele* fremfor andre tøjningsmålere. Vi kan her nævne:

- * Kan fås i mange forskellige standardstørrelser.
- * Vægten er ubetydelig (velegnet til modelforsøg).
- * Relativ simpel montage.
- * Små tøjningsændringer kan måles.
- * Kan benyttes både ved statiske og dynamiske undersøgelser.
- * Relativ billig, men kan til gengæld ikke flyttes til et andet målested, når først montering er foretaget.
- * God linearitet inden for et stort måleområde.

Der er dog også nogle *ulempes*, hvoraf vi her kan nævne:

- * Der kan være tale om "drift", dvs. nulpunktet kan ændre sig, såfremt der måles over lange tidsrum.
- * Straingages er følsomme over for ydre omstændigheder som fugt, vand og til dels temperatur, se dog senere.

1.4. Kort omtale af notens øvrige afsnit

I kapitel 2 gennemgås grundprincipperne for modstandsstraingagen, herunder en omtale af den såkaldte *tværeffekt*.

Det målekredsløb, *Wheatstone - broen*, som er meget anvendt i forbindelse med signalkonditionering af straingagesignaler, omtales i kapitel 3 og forskellige såkaldte *brotyper* gennemgås.

Et meget vigtigt område inden for måleteknik er *kalibrering* og nogle metoder til kalibrering af straingagemåleopstillinger er anført i kapitel 4.

Kapitel 5 omhandler en række andre oplysninger vedrørende straingage teknik.

Der er i denne note ikke omtalt selve monteringsteknikken samt de materialer og hjælpeinstrumenter, som benyttes hertil.

Sluttelig skal bemærkes, at der i denne note er benyttet skrivemåden "straingage". Ofte skrives det også "straingauge", mens det på tysk hedder "Dehnungsmessstreifen" og på norsk det meget beskrivende ord "strekklap".

2. GRUNDPRINCIPPER FOR MODSTANDS-STRAININGAGES

2.1. Fysiske forhold, gagefaktor

Vi skal i dette afsnit omtale modstands strainingages, hvor en tøjningsændring på et måleobjekt giver anledning til en modstandsændring i strainingagen. Det forudsættes her, at tøjningsændringen overføres "uden tab" til strainingagen, hvilket kræver omhyggelig montering.

Vi skal ikke i denne fremstilling komme ind på montering af strainingages, hvilket er et "specialistjob", som kræver en del træning og erfaring. Der henvises her til fabrikanternes forskrifter.

Enhver elektrisk leder ændrer modstand ved mekanisk påvirkning, både for træk og tryk. Modstandsændringen på grund af mekanisk påvirkning skyldes:

1. at lederens (trådens) geometri ændres, og
2. at der sker mikrostrukturelle ændringer i modstandsmaterialet, som ændrer den specifikke modstand, se det følgende.

Lad os antage, at vi har en tråd med modstand R , længde L , tværsnitsareal A , og at modstandsmaterialet har den specifikke modstand ρ . (Vedr. tabelværdier for ρ , se f.eks. Elektronik Ståbi, Teknisk Forlag, 6.udg., 1988).

Følgende sammenhæng gælder mellem disse størrelser:

$$R = \rho \frac{L}{A} \quad (2.1)$$

Tilvæksten ΔR kan tilnærmet udtrykkes ved:

$$\begin{aligned} \Delta R &\cong \frac{\partial R}{\partial \rho} \Delta \rho + \frac{\partial R}{\partial L} \Delta L + \frac{\partial R}{\partial A} \Delta A = \\ &\frac{L}{A} \Delta \rho + \frac{\rho}{A} \Delta L - \rho L \frac{1}{A^2} \Delta A \end{aligned} \quad (2.2)$$

Divideres (2.2) igennem med R , idet anvendes (2.1), fås:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{1}{\rho} \Delta \rho + \frac{1}{L} \Delta L - \frac{1}{A} \Delta A \quad (2.3)$$

Det antages, at trådens tværsnit er cirkulært og for udeformeret og deformeret tilstand indføres følgende størrelser:

Udeformeret tilstand: Tråddiameter: d Areal: A

Deformeret tilstand: Tråddiameter: d_d Areal: A_d

For et lineært elastisk materiale med Poissons forhold ν haves da:

$$d_d = d(1 - \nu \frac{\Delta L}{L}) \quad (2.4)$$

og dermed

$$\begin{aligned} \frac{\Delta A}{A} &= \frac{A_d - A}{A} = \frac{\pi d^2 (1 - \nu \frac{\Delta L}{L})^2 - \pi d^2}{\pi d^2} \Rightarrow \\ \frac{\Delta A}{A} &= -2\nu \frac{\Delta L}{L} + \nu^2 \left(\frac{\Delta L}{L} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Idet ændringen af længdetøjningen

$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad (2.6)$$

indføres, og der forudsættes små tøjninger, kan vi med god tilnærmelse bortkaste sidste led på højresiden i (2.5) og får da:

$$\frac{\Delta A}{A} \cong -2\nu \Delta \varepsilon \quad (2.7)$$

Indsættes (2.6) og (2.7) fås således med de anførte forudsætninger

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + (1 + 2\nu) \Delta \varepsilon \quad (2.8)$$

hvor første led på højresiden er bidraget fra *strukturændringerne* og andet led på højresiden er bidraget fra *geometriændringen* altså tøjningen.

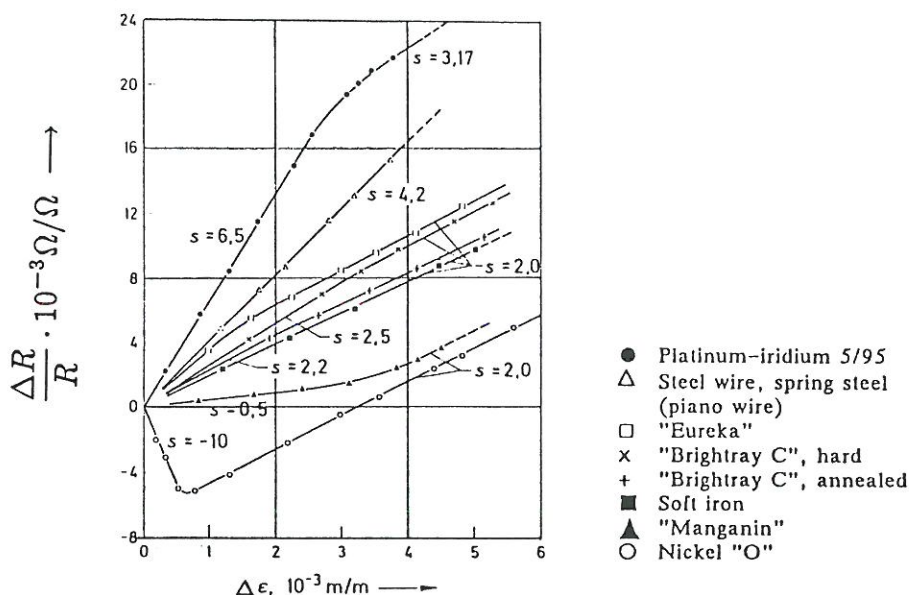
Ofte indføres en størrelse, benævnt S , ved

$$\frac{\Delta R}{R} = S \Delta \varepsilon \quad (2.9)$$

hvoraf følger

$$S = \frac{\frac{\Delta R}{R}}{\Delta \varepsilon} = \frac{\frac{\Delta \rho}{\rho}}{\Delta \varepsilon} + (1 + 2\nu) \quad (2.10)$$

For en række forskellige materialer er sammenhængen mellem $\frac{\Delta R}{R}$ og $\Delta \varepsilon$ vist i figur 2.1.



Figur 2.1. Sammenhæng mellem $\frac{\Delta R}{R}$ og $\Delta \epsilon$ for forskellige modstandsmaterialer. (Gengivet efter tilladelse fra HBM, Darmstadt).

Af figuren ses:

1. Der er store forskelle på størrelsen S , der svarer til kurvehældningen. $S \cong 6,5$ for Platinum - Iridium og $S \cong -10$ for Nickel inde omkring begyndelsespunktet. Disse store forskelle skyldes store forskelle i bidragene fra strukturændringerne, se første led på højresiden i (2.8).
2. Visse materialer har temmelig retliniede kurver med en S -værdi på ca. 2. Bemærk, at dette også gælder for "store" tøjningsværdier. Med "store" tøjningsværdier menes her værdier større end f.eks. ståls flydetøjning, som for almindeligt stål er af størrelsesorden 0,002.

Regnes skønsmæssigt med $\nu = 0,3 - 0,5$ bliver parentesens i sidste led på højresiden i (2.8) lig med 1,6–2,0, altså lidt under værdien for nogle af materialerne i figur 2.1. Bidraget fra strukturændringerne er således ikke særlig stort for disse materialer.

Til brug for fabrikation af straingage er det bekvemt at benytte materialer, som i et $\frac{\Delta R}{R} - \Delta \epsilon$ - koordinatsystem har et retliniet forløb over et stort område. Der findes legeringer, som stort set opfylder dette krav og disse foretrækkes ved straingage fabrikation.

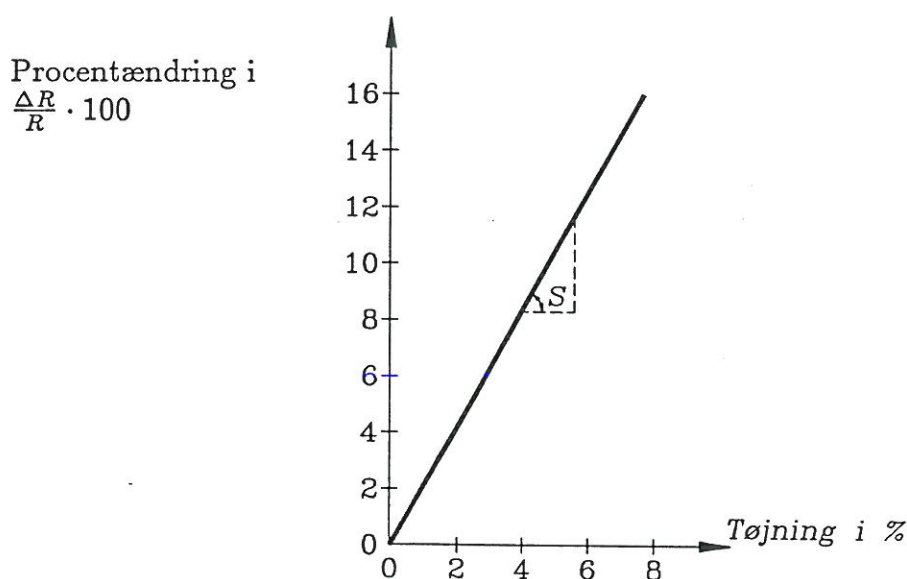
I tabel 2.1 er vist en oversigt over nogle hyppigt anvendte metallegeringer, som benyttes ved straingage fabrikation.

Materiale	Sammensætning %	S
Advance or Constantan	45 Ni, 55 Cu	2.1
Nichrome V	80 Ni, 20 Cr	2.2
Isoelastic	36 Ni, 8 Cr, 0.5 Mo, 55.5 Fe	3.6
Karma	74 Ni, 20 Cr, 3 Al, 3 Fe	2.0
Armour D	70 Fe, 20 Cr, 10 Al	2.0
Alloy 479	92 Pt, 8 W	4.1

Tabel 2.1. Metallegeringer til straingages.

De fleste straingages fabrikeres nutildags af den først nævnte legering i tabel 2.1, nemlig Advance eller Constantan.

Sammenhængen mellem $\frac{\Delta R}{R}$ og $\Delta \epsilon$ er vist i figur 2.2.



Figur 2.2. Sammenhæng mellem $\frac{\Delta R}{R}$ og $\Delta \epsilon$ for Constantan.

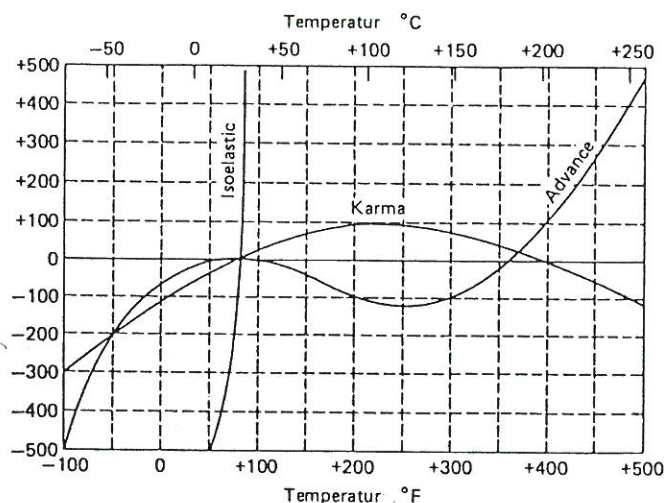
Constantan legeringen har følgende fordele:

1. Sammenhængen mellem $\frac{\Delta R}{R}$ og $\Delta \epsilon$ er lineær over et meget stort tøjningsområde og udviser meget lidt hysteres ("lille forskel mellem be- og aflastningsgren").
2. S forandrer sig ikke nævneværdigt, når materialet kommer i det plastiske område.
3. Legeringen har en stor specifik modstand, $\rho = 0,49 \mu\Omega m$. Denne egenskab er gunstig ved konstruktion af små straingages med relativ høj modstand.
4. Legeringen har fortrinlig termisk stabilitet og influeres ikke nævneværdigt af temperaturændringer, og kan eventuelt forbedres ved varmebehandling.

Af tabel 2.1 ses endvidere, at også en legering benævnt Isoelastic benyttes til straingages.

Dette skyldes navnligt den store S værdi, som er næsten det dobbelte af Constantans. Isoelastic har endvidere gode udmattelsesegenskaber, men er til gengæld meget følsom overfor temperaturændringer. En temperaturændring på 1°C vil give en tilsyneladende tøjningsændring på ca. $350 \cdot 10^{-6}$, se i øvrigt også figur 2.3.

Termisk induceret
tilsyneladende tøjning
(faktor 10^{-6})



Figur 2.3 Termisk induceret tilsyneladende tøjningsændring som funktion af temperaturen for 3 legeringer til straingages.

Sædvanligvis indføres for en straingage en såkaldt *gagefaktor*, K , også kaldet *straingagens følsomhed*, ved følgende ligning:

$$\frac{\Delta R}{R} = K \Delta \epsilon \quad (2.11)$$

altså faktisk vor parameter S fra før.

Forskellen er blot, at S blev indført for en elektrisk *leder* (en tråd), hvorimod K , indført ved (2.11) er en proportionalitetsfaktor for en *staingage*, heri indbefattet indflydelsen fra opbygning af den målende del af straingagen, tøjningsoverførsel ind til selve målegitteret m.v. Gagefaktoren, K , bestemmes af fabrikanten, se nærmere herom senere.

Gagefaktorer har oftest en størrelse meget nær ved værdien 2.

Bemærk følgende:

1. Ofte benyttes blot at skrive ϵ i stedet for $\Delta \epsilon$ på højresiden i (2.11). Det skal da blot opfattes således, at $\epsilon = 0$ og $\Delta R = 0$ svarer til hinanden.
2. K er dimensionsløs, idet det er den dimensionsløse størrelse, den relative modstandsændring (højresiden i (2.11)), som sættes proportional med den ligeledes dimensionsløse størrelse, den relative længdeændring, tøjningsændringen $\Delta \epsilon$.
3. Det tøjningsområde vi normalt opererer i, ligger mellem grænserne (størrelsesorden) $-0,5\%$ og $0,5\%$. Det giver altså ifølge (2.11) relative modstandsændringer af samme størrelsesorden. Dette kræver et særligt signalkonditioneringskredsløb, Wheatstone - broen, se nærmere herom i kapitel 3.

2.2. Mere om gagefaktoren, tværeffekt

Gagefaktoren, K , defineret ved (2.11) bestemmes af fabrikanten på følgende måde:

Ud af den løbende produktion af en bestemt type straingages udtages en passende mængde, og hver straingage monteres på et prøveemne og testes i en kalibreringsopstilling svarende til bøjningspåvirkning af en bjælke. Forsøgsomstændighederne for straingagen svarer til *enakset træk*. De nærmere regler for denne kalibreringsopstilling, prøvebetingelser m.v. kan være givet i form af mere eller mindre fastsatte normregler. Det man navnlig skal hæfte sig ved, er følgende:

1. Der er tale om en stikprøvebestemmelse. Udfra denne opgiver fabrikanten en gagefaktor, i det følgende benævnt K_g . Denne bliver opgivet med to betydende cifre efter det decimale komma samt et interval, ofte -1% til $+1\%$, inden for hvilket gagefaktoren ligger.
Gagefaktoren for lige præcis den gage man benytter i sit eksperiment kendes altså ikke, men er baseret på ovennævnte stikprøvebestemmelse.
2. Fabrikanten oplyser kun en værdi for gagefaktoren bestemt svarende til enakset træk.

Generelt set monteres en straingage oftest på en konstruktion i en toakset tøjningstilstand, og man kunne derfor som en generalisering af (2.11) udtrykke sammenhængen mellem modstandsændring og tøjningsændring ved en ligning af typen:

$$\frac{\Delta R}{R} = K_a \Delta \varepsilon_a + K_t \Delta \varepsilon_t + K_{at} \Delta \gamma_{at} \quad (2.12)$$

som altså er lineært opbygget.

I (2.12) står ε for længdetøjning, γ for tværtøjning, a for gagens "aktive" retning (dens længderetning) og t for tværretningen (vinkelret på dens længderetning). Bemærk, at en straingage godt kan være kortere i den aktive retning end i tværretningen.

Sædvanligvis tages ikke hensyn til sidste led i (2.12), og idet der således ses bort fra tværtøjningsbidraget, reduceres (2.12) til

$$\begin{aligned} \frac{\Delta R}{R} &= K_a \Delta \varepsilon_a + K_t \Delta \varepsilon_t = \\ &K_a \left(\Delta \varepsilon_a + \frac{K_t}{K_a} \Delta \varepsilon_t \right) = \\ &K_a (\Delta \varepsilon_a + T \Delta \varepsilon_t) \end{aligned} \quad (2.13)$$

hvor *tværfaktoren*

$$T = \frac{K_t}{K_a} \quad (2.14)$$

er indført.

Som tidligere nævnt angiver fabrikanten en gagefaktor, K_g , bestemt (ved enakset træk) som

$$\frac{\Delta R}{R} = K_g \Delta \varepsilon_a \quad (2.15)$$

Ved enakset træk haves

$$\Delta \varepsilon_t = -\nu \Delta \varepsilon_a \quad (2.16)$$

hvor ν er Poissons forhold. Indsættes (2.16) i (2.13) fås:

$$\frac{\Delta R}{R} = K_a \Delta \varepsilon_a (1 - \nu T) \quad (2.17)$$

Sammenlignes endelig (2.15) med (2.17), haves således

$$K_g = K_a (1 - \nu T) \quad (2.18)$$

Vi kan således konstatere, at såfremt fabrikantens værdi svarende til (2.15) benyttes, vil dette kun være korrekt i følgende to tilfælde:

1. Den foreliggende tøjningstilstand svarer til enakset træk, som er den tilstand fabrikanten har brugt til sin gagefaktor bestemmelse.
2. Tværfaktoren $T = 0$. Dette vil dog næppe være tilfældet for foliegages, idet tværfaktoren ofte vil være af størrelsesorden 0,01 - 0,05. (Tværfaktoren opgives dog som regel ikke af fabrikanten). For trådgages bestående af en enkelt tråd kan tværfaktoren regnes til 0, hvorimod der ved trådgages, hvor tråden føres frem og tilbage i slynger må regnes med en tværfaktor forskellig fra 0.

Lad os prøve at vurdere tværfaktorens betydning for forskellige plane tøjningstilstande. Vi vil igen benytte (2.13) og ser altså bort fra bidragene fra tværtøjningerne.

Af (2.18) fås

$$K_a = \frac{K_g}{1 - \nu T} \quad (2.19)$$

Indsættes denne værdi i (2.13) fås

$$\begin{aligned} \frac{\Delta R}{R} &= \frac{K_g}{1 - \nu T} (\Delta \varepsilon_a + T \Delta \varepsilon_t) \Rightarrow \\ \Delta \varepsilon_a &= \frac{\frac{\Delta R}{R}}{K_g} (1 - \nu T) - T \Delta \varepsilon_t \end{aligned} \quad (2.20)$$

Den tøjning vi rent faktisk får bestemt, den "tilsyneladende" tøjning, ved anvendelse af fabrikantens oplysninger kaldes ε_a^* , og er bestemt ved

$$\frac{\Delta R}{R} = K_g \Delta \varepsilon_a^* \Rightarrow \frac{\Delta R}{K_g} = \Delta \varepsilon_a^* \quad (2.21)$$

Indsættes (2.21) i (2.20) fås

$$\Delta \varepsilon_a = \Delta \varepsilon_a^* (1 - \nu T) - T \Delta \varepsilon_t \quad (2.22)$$

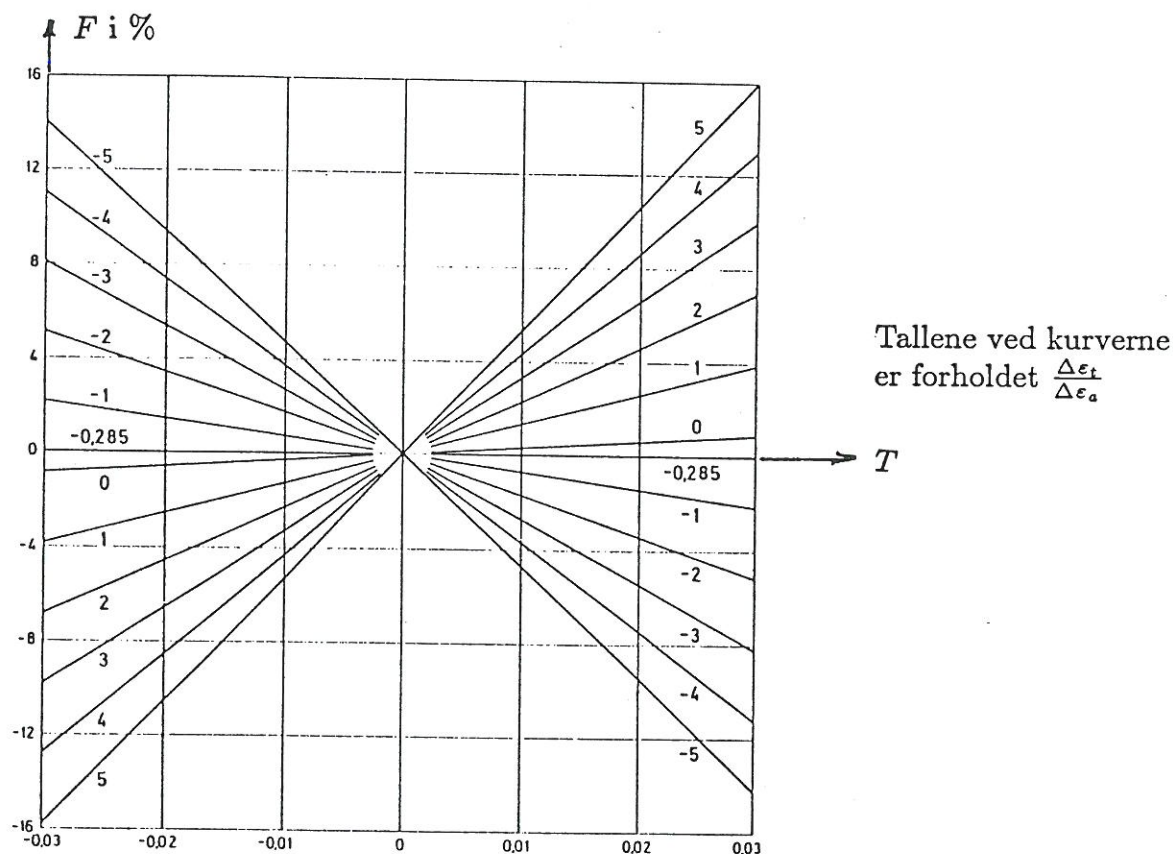
Vi begår således en relativ fejl, F , som i procent bliver

$$F = \frac{\Delta \varepsilon_a^* - \Delta \varepsilon_a}{\Delta \varepsilon_a} \cdot 100\% =$$

$$\left(\frac{1 + T \frac{\Delta \varepsilon_t}{\Delta \varepsilon_a}}{1 - \nu T} - 1 \right) \cdot 100\% =$$

$$\frac{T \left(\frac{\Delta \varepsilon_t}{\Delta \varepsilon_a} + \nu \right)}{1 - \nu T} \cdot 100\% \quad (2.23)$$

Med $\nu = 0,285$ (tilnærmet værdi for stål) er fejlen F optegnet i figur 2.4 som funktion af T for forskellige værdier af forholdet $\frac{\Delta \varepsilon_t}{\Delta \varepsilon_a}$.



Figur 2.4. Fejl F i % som funktion af tværfaktoren T for forskellige værdier af forholdet mellem længdetøjning i tværetning og længdetøjning i aktiv retning.

Af figur 2.4 og (2.23) ses, at når $\Delta\epsilon_t = -\nu\Delta\epsilon_a$, hvilket svarer til enakset træk, bliver fejlen F lig med 0 (abscisse - akse). For værdier af T forskellig fra 0 fås for alle andre $\Delta\epsilon_t/\Delta\epsilon_a$ -forhold en fejl, som vokser med tværfaktoren T og med størrelsen af forholdet. I tabel 2.2 er vist værdier for K_g , K_a , K_t og T for en række straingages fra firmaet Measurements Group, Inc. Dette giver et indtryk af størrelsesordenen for T .

Gage type	K_g	K_a	K_t	T (%)
EA-06-015CK-120	2.13	2.14	0.0385	1.8
EA-06-030TU-120	2.02	2.03	0.0244	1.2
WK-06-030TU-350	1.98	1.98	0.0040	0.2
EA-06-062DY-120	2.03	2.04	0.0286	1.4
WK-06-062DY-350	1.96	1.96	-0.0098	-0.5
EA-06-125RA-120	2.06	2.07	0.0228	1.1
WK-06-125RA-350	1.99	1.98	-0.0297	-1.5
EA-06-250BG-120	2.11	2.11	0.0084	0.4
WA-06-250BG-120	2.10	2.10	-0.0063	-0.3
WK-06-250BG-350	2.05	2.03	-0.0690	-3.4
WK-06-250BF-1000	2.07	2.06	-0.0453	-2.2
EA-06-500AF-120	2.09	2.09	0.0	0
WK-06-500AF-350	2.04	1.99	-0.1831	-9.2
WK-06-500BH-350	2.05	2.01	-0.1347	-6.7
WK-06-500BL-1000	2.06	2.03	-0.0893	-4.4

Tabel 2.2. K_g , K_a , K_t og T for forskellige straingages fra firmaet Measurements Group, Inc.

Vi skal herefter anføre to metoder til korrektion for tværeffekt.

Metode 1 for korrektion af tværeffekt.

Metoden kræver kendskab til forholdet mellem længdetøjningen i tværretningen og længdetøjningen i den aktive retning, Poissons forhold ν samt tværfaktoren T .

Af (2.22) fås:

$$\Delta\epsilon_a^* = \frac{\Delta\epsilon_a}{1 - \nu T} \left(1 + T \frac{\Delta\epsilon_t}{\Delta\epsilon_a} \right) \quad (2.24)$$

som ved indsættelse i (2.21) giver

$$\frac{\Delta R}{R} = K_g \frac{1 + T \frac{\Delta\epsilon_t}{\Delta\epsilon_a}}{1 - \nu T} \Delta\epsilon_a = K_{g, kor} \Delta\epsilon_a \quad (2.25)$$

Der skal således benyttes en korrigeret gagefaktor, $K_{g, kor}$, bestemt ved

$$K_{g, kor} = K_g \frac{1 + T \frac{\Delta\epsilon_t}{\Delta\epsilon_a}}{1 - \nu T} \quad (2.26)$$

Det skal bemærkes, at det jo normalt er tøjninger, som skal bestemmes, hvorfor det ikke er særlig sandsynligt, at forholdet $\Delta\epsilon_t/\Delta\epsilon_a$ er kendt.

Metode 2 for korrektion af tværeffekt.

Denne metode kræver kendskab til tværfaktoren T og Poissons forhold ν .

Tøjninger i to på hinanden vinkelrette retninger, her benævnt x -retning og y -retning, måles. De sande værdier af længdetøjningerne benævnes $\Delta\epsilon_{xx}$ samt $\Delta\epsilon_{yy}$, og de målte værdier forsynes med index m , altså $\Delta\epsilon_{xx,m}$ og $\Delta\epsilon_{yy,m}$.

Af et udtryk analogt til (2.24) fås således:

$$\Delta\epsilon_{xx,m} = \frac{1}{1 - \nu T} (\Delta\epsilon_{xx} + T \Delta\epsilon_{yy}) \quad (2.27)$$

$$\Delta\epsilon_{yy,m} = \frac{1}{1 - \nu T} (\Delta\epsilon_{yy} + T \Delta\epsilon_{xx}) \quad (2.28)$$

Dette er 2 ligninger med 2 ubekendte, som løses med hensyn til de sande værdier af tøjningerne. Det giver:

$$\Delta\epsilon_{xx} = \frac{1 - \nu T}{1 - T^2} (\Delta\epsilon_{xx,m} - T \Delta\epsilon_{yy,m}) \quad (2.29)$$

$$\Delta\epsilon_{yy} = \frac{1 - \nu T}{1 - T^2} (\Delta\epsilon_{yy,m} - T \Delta\epsilon_{xx,m}) \quad (2.30)$$

Eksempel 2.1.

For et stålmateriale med Poissons forhold lig med 0,30 er følgende tøjninger målt i to på hinanden vinkelrette retninger:

$$\Delta\epsilon_{xx,m} = 1500 \cdot 10^{-6} \quad (a)$$

$$\Delta\epsilon_{yy,m} = 800 \cdot 10^{-6} \quad (b)$$

Til målingen er benyttet straingages med en tværfaktor på 0,02.

Nævneren $1 - T^2$ i (2.29) og (2.30) bliver 0,9996, og det er derfor i praksis tilstrækkelig nøjagtigt i stedet for (2.29) og (2.30) at benytte følgende tilnærmede udtryk:

$$\Delta\epsilon_{xx} \cong (1 - \nu T) (\Delta\epsilon_{xx,m} - T \Delta\epsilon_{yy,m}) \quad (c)$$

$$\Delta\epsilon_{yy} \cong (1 - \nu T) (\Delta\epsilon_{yy,m} - T \Delta\epsilon_{xx,m}) \quad (d)$$

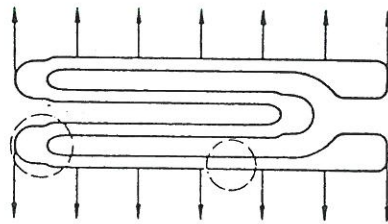
Indsættes de anførte værdier fås:

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_{xx} &\cong (1 - 0,30 \cdot 0,02)(1500 - 0,02 \cdot 800) \cdot 10^{-6} = \\ &0,994 \cdot 1484 \cdot 10^{-6} = 1475 \cdot 10^{-6}\end{aligned}\quad (e)$$

$$\begin{aligned}\Delta\varepsilon_{yy} &\cong 0,994(800 - 0,02 \cdot 1500) \cdot 10^{-6} = \\ &0,994 \cdot 770 \cdot 10^{-6} = 765 \cdot 10^{-6}\end{aligned}\quad (f)$$

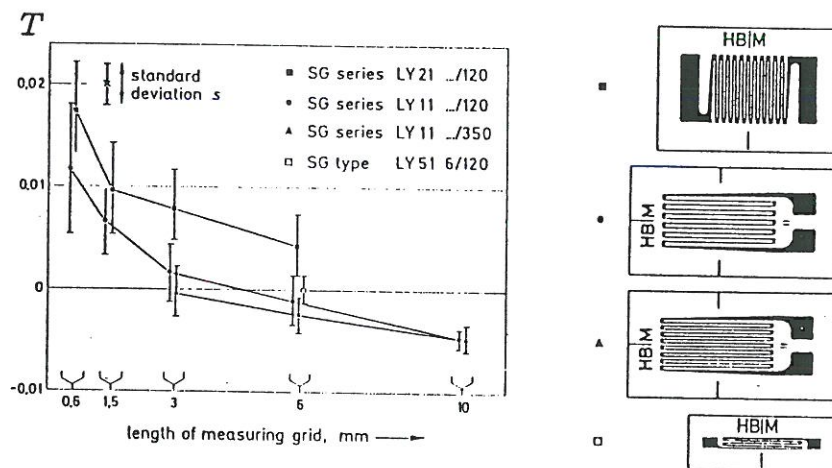
Det ses således, at tøjningen i y-retningen får den største korrektion, og at denne bliver på 4,4 %. (Eksempel slut).

Der gøres fra fabrikanternes side store bestræbelser på at mindske tværeffekten. Dette gøres ofte ved at udforme tværforbindelsesstrækningerne mellem straingagenes "slynger" med større "bredde" end på selve "slyngestrækningen", se figur 2.5.



Figur 2.5. Straingage med "tykke" tværforbindelsesstykker.
(Gengivet efter tilladelse fra HBM, Darmstadt).

Det er navnlig disse ender, som giver bidrag til tværeffekten. Det betyder, at tværeffekten bliver mere udtalt for korte straingages end for lange straingages (kort og lang refererer her til udstrækning i gagens aktive retning).

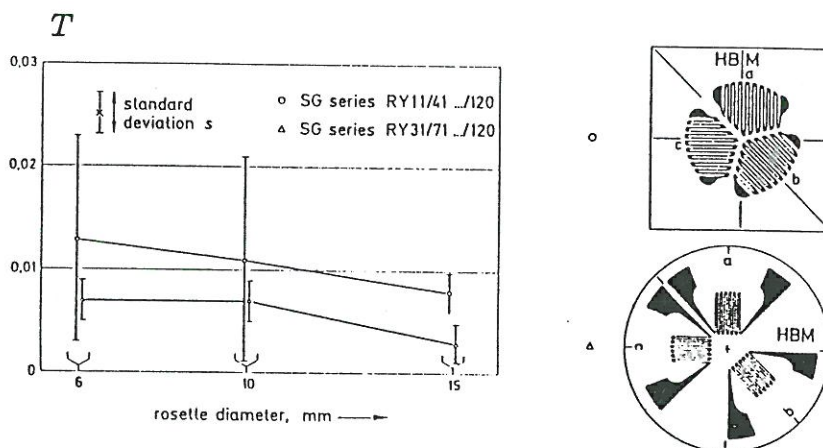


Figur 2.6. Tværfaktor for en række enkeltgages.
(Gengivet efter tilladelse fra HBM, Darmstadt).

I figur 2.6 er vist tværfaktoren for en række enkeltgages. Det er værd at bemærke følgende:

1. Tværfaktoren er mindre for lange straingages end for korte.
2. Der er nogen spredning i forsøgsresultaterne.
3. Både positive og negative værdier for T forekommer.

Tilsvarende er i figur 2.7 vist nogle forsøgsresultater for rosettegages.



Figur 2.7. Tværfaktor for 2 rosettegages.
(Gengivet efter tilladelse fra HBM, Darmstadt).

Som tidligere nævnt er det ikke normalt, at fabrikanterne opgiver størrelsen på tværfaktoren T . Af figur 2.6 ses, at for de to gage længder 3 mm og 6 mm, som benyttes meget ved tøjningsundersøgelser på metaller antager tværfaktoren en ret lille værdi. Endvidere ses, at for straingages på 10 mm fås en negativ T værdi. Straingages på 10 mm og mere finder stor anvendelse ved tøjningsundersøgelser på beton og træ.

2.3. Temperaturafhængighed

Vi har hidtil forudsat, at straingagens modstandsændring skyldes en tøjningsændring. Det viser sig imidlertid, at modstandsændringer også kan forekomme på grund af temperaturændringer. Der vil, såfremt der ikke træffes særlige foranstaltninger, komme en modstandsændring hvis der gennem det tidsrum, hvor målingen foregår, sker en ændring af måleobjektets temperatur. Det er her forudsat, at den mekaniske last holdes konstant. Denne modstandsændring er reversibel, således at forstå, at hvis temperaturen igen bliver den oprindelige, vil modstandsændringen igen blive nul. (Lidt senere skal også omtales et irreversibelt temperaturfænomen).

Denne reversible modstandsændring kan normalt udtrykkes ved:

$$\frac{\Delta R}{R} = K_g \Delta \varepsilon_{\Delta t} = K_g \left(\frac{a}{K_g} + (\alpha_k - \alpha_g) \right) \Delta t^\circ \quad (2.31)$$

hvor

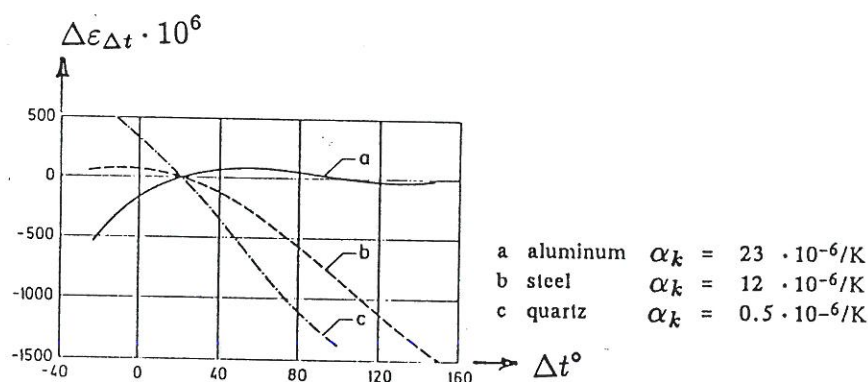
$\Delta \varepsilon_{\Delta t}$ er tøjningen fra temperaturændringen

a er gagematerialets modstands-temperaturkoefficient

α_k er temperaturudvidelseskoefficienten for konstruktionsmaterialet

α_g er temperaturudvidelseskoefficienten for gagematerialet.

Det kan dreje sig om ret store tøjninger, hvilket fremgår af figur 2.8, hvor samme type straingage er monteret på 3 forskellige materialer med hver sin temperaturudvidelseskoefficient.



Figur 2.8. Tøjninger hidrørende fra temperaturændringer ud fra stuetemperatur. Samme type straingage monteret på 3 forskellige materialer. (Gengivet efter tilladelse fra HBM, Darmstadt).

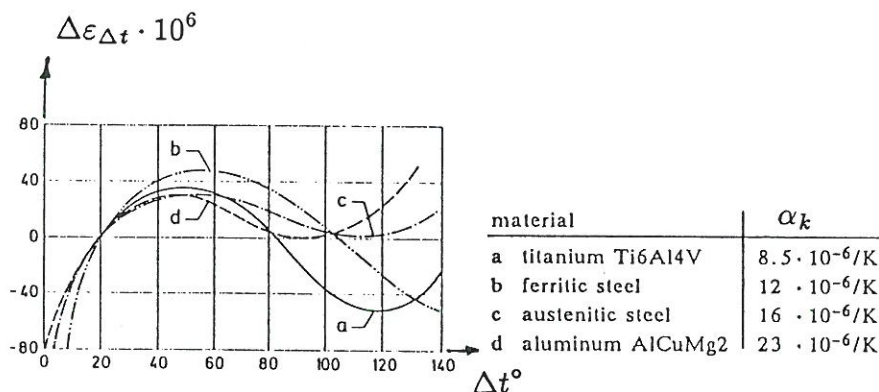
Såfremt der også virker en mekanisk påvirkning på straingagen, kan de to bidrag, det mekaniske og det hidrørende fra temperaturen, superponeres.

Det er imidlertid ikke tilfredsstillende med denne store temperaturafhængighed, og der er derfor i tidens løb gjort meget for at reducere denne ulempe. Afhængigheden kan i ganske betydelig grad reduceres ved at justere den kemiske sammensætning af gagematerialet, idet det tilstræbes, jævnfør (2.31), at

$$a = \overline{K_g} (\alpha_k - \alpha_g) \quad (2.32)$$

Straingages af denne type kaldes *selv - temperatur - kompenserende straingage* og er altså beregnet for et ganske bestemt konstruktionsmateriale (tilpasset til dets temperaturudvidelseskoefficient). Der findes således i handelen selv - temperatur - kompenserende straingages for f.eks. flere typer stål og aluminium.

Fuld temperatur kompensation kan ikke opnås, hvilket fremgår af figur 2.9, hvor udgangspunktet igen er stuetemperatur.



Figur 2.9. Tøjningsændring hidrørende fra temperaturændringer ved anvendelse af selv - temperatur - kompenserende straingages. (Gengivet efter tilladelse fra HBM, Darmstadt).

Normalt vil kurver af denne type følge med ved en straingage levering.

Det skal bemærkes, at ovennævnte gælder fra straingages monteret på plane overflader. Monteres straingages på krumme overflader, specielt med små krumningsradier, vil der opstå ekstra tøjningsbidrag selv ved anvendelse af selv - temperatur - kompenserende straingages.

Man bør altid benytte selv - temperatur - kompenserende straingages, såfremt det er muligt.

Vi skal senere (se afsnit 3.2.2., tilfælde 2) se, at der også kan foretages temperaturkompensation på anden vis.

Som tidligere nævnt eksisterer der også et andet temperaturfænomen kaldet *termisk drift*. Termisk drift forårsager en ikke-reversibel ændring af nulpunktet for tøjningsændringen, og skyldes for det meste mikrostrukturelle ændringer i straingagematerialet samt korrosion og oxidation.

Den termiske drift afhænger af temperaturen, og hvor lang tid målingen foregår. Også limen, som benyttes ved monteringen af straingagen, bidrager til den termiske drift.

Den termiske drift er en af straingagens uheldige egenskaber, men har som regel kun egentlig betydning, når der måles over lange tidsrum. Der kan kompenseres for den termiske drift, se igen afsnit 3.2.2., tilfælde 2.

En tredje temperaturafhængighed er, at selve gagefaktoren ændrer sig med temperaturen. Normalt er gagefaktoren angivet ved stuetemperatur. Det er kun ved store temperaturer dette forhold får betydning. Ved f.eks. en temperaturænding af størrelsesordenen 200 grader celsius vil gagefaktoren ændre sig af størrelsesordenen 5%.

2.4. Måling på inhomogene tøjningsfelter

Som tidligere nævnt måles med en strain gage middelværdien af tøjningerne i gageretningen under gagens målende net. Dette må man altid have i erindring, når der skal vælges straingage til en konkret måleopgave.

Måles f.eks. på betonoverflader med korte straingage vil man i zoner med tilslag måle mindre tøjninger og i zoner med cementpasta større tøjninger end den gennemsnits-tøjning, man vil måle med en længere straingage. Ofte er det dog netop gennemsnits-tøjningen, man er interesseret i at måle, og det anbefales til betonoverflader at benytte straingages med en målelængde på 4-5 gange største stenstørrelse.

Tilsvarende betragtninger gælder for måling på træoverfladen, overflader på cement-baserede fibermaterialer osv.

Anderledes forholder det sig, hvis måleopgaven går ud på at bestemme tøjningsfordelingen i nærheden af en kærv i f.eks. en stålkonstruktion. Materialet kan betragtes som værende homogent, men tøjningsfeltet varierer meget omkring kærven. Der ønskes i dette tilfælde i virkeligheden udført "punktmålinger", og det ideelle ville være straingage med målelængde lig nul, hvilket naturligvis ikke er opnåeligt. Det er dog nutildags muligt teknisk at konstruere og måle med meget små straingages (ned til omkring 0,2 mm). Man bør dog ved disse meget små målelængder være opmærksom på en vanskelig montering af disse små gages, ligesom unøjagtig placering kan føre til store målefejl. Ved måleopgaver af denne type kan med fordel benyttes en kæde af straingages, hvor en række enkelt gages (ofte 10) er fabrikeret med et fælles bærelag, som gør monteringen betydeligt simplere at udføre.

3. WHEATSTONE BROEN

3.1. Grundligninger

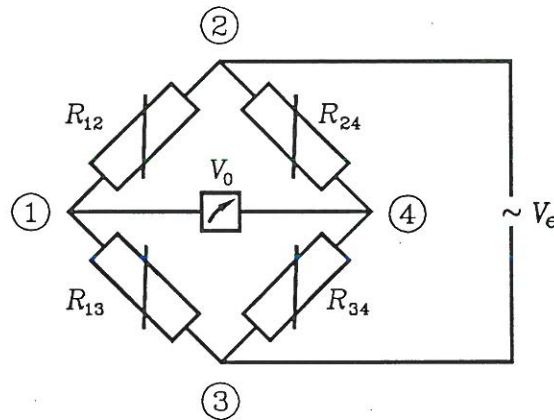
Wheatstone broen kan bl.a. benyttes til bestemmelse af relative ændringer i en modstand, og det er præcis denne anvendelse, som benyttes i forbindelse med straingage målinger.

Vi ønsker normalt at måle tøjninger helt ned til størrelsesordenen 10^{-6} . Af ligning (2.11) med $K = 2$ og $R = 120\Omega$ fås

$$\Delta R = 2 \cdot 120 \cdot 10^{-6} = 2,4 \cdot 10^{-4}\Omega \quad (3.1)$$

Der er således tale om meget små modstandsændringer, som skal måles med stor nøjagtighed.

Vi vil i denne fremstilling benytte en Wheatstone bro med nummerering og betegnelser, som vist i figur 3.1.



Figur 3.1. Nummerering og betegnelser for Wheatstone bro.

Hjørnerne i broen er betegnet med numrene 1, 2, 3 og 4 og modstandene mellem hjørnerne med signaturen \square/\square og betegnelsen R med index svarende til hjørnenumrene, som modstanden ligger imellem. Mellem punkterne 2 og 3 påføres *brospændingen* V_e , og *bro-output* V_o måles over punkterne 1 og 4.

Modstanden over strækning 1 - 4 regnes så stor, at det med tilnærmelse kan antages, at der ingen strøm løber på denne strækning. Endvidere forudsættes det, at der mellem punkterne 2 og 3 er en spændingsforskel svarende til brospændingen V_e .

Spændingsfaldet over strækning 1 - 2 benævnes V_{12} , og bliver

$$V_{12} = \frac{R_{12}}{R_{12} + R_{13}} V_e \quad (3.2)$$

Tilsvarende fås, at spændingsfaldet over strækning 2 - 4, benævnt V_{24} bliver

$$V_{24} = \frac{R_{24}}{R_{24} + R_{34}} V_e \quad (3.3)$$

Heraf følger, at output spændingen, V_o , over strækning 1 - 4, bliver

$$V_o = V_{12} - V_{24} = \left(\frac{R_{12}}{R_{12} + R_{13}} - \frac{R_{24}}{R_{24} + R_{34}} \right) V_e =$$

$$\frac{R_{12}R_{34} - R_{24}R_{13}}{(R_{12} + R_{13})(R_{24} + R_{34})} V_e \quad (3.4)$$

Såfremt

$$R_{12}R_{34} = R_{24}R_{13} \Rightarrow$$

$$\frac{R_{12}}{R_{13}} = \frac{R_{24}}{R_{34}} \quad (3.5)$$

ses, at $V_o \equiv 0$ og Wheatstone broen siges i dette tilfælde at være *balanceret*.

Vi forudsætter herefter, at modstandene R_{12} , R_{13} , R_{24} og R_{34} ændres med størrelserne ΔR_{12} , ΔR_{13} , ΔR_{24} og ΔR_{34} . Dette giver en ændring, ΔV_o , i outputspændingen, som tilnærmet kan bestemmes ved:

$$\Delta V_o = \frac{\partial V_o}{\partial R_{12}} \Delta R_{12} + \frac{\partial V_o}{\partial R_{13}} \Delta R_{13} + \frac{\partial V_o}{\partial R_{24}} \Delta R_{24} + \frac{\partial V_o}{\partial R_{34}} \Delta R_{34} \quad (3.6)$$

Af (3.4) fås:

$$\frac{\partial V_o}{\partial R_{12}} = \frac{R_{13}}{(R_{12} + R_{13})^2} V_e \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial V_o}{\partial R_{13}} = -\frac{R_{12}}{(R_{12} + R_{13})^2} V_e \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial V_o}{\partial R_{24}} = -\frac{R_{34}}{(R_{24} + R_{34})^2} V_e \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial V_o}{\partial R_{34}} = \frac{R_{24}}{(R_{24} + R_{34})^2} V_e \quad (3.10)$$

Indsættes (3.7), (3.8), (3.9) og (3.10) i (3.6) fås:

$$\Delta V_o = \left(\frac{R_{13}\Delta R_{12}}{(R_{12} + R_{13})^2} - \frac{R_{12}\Delta R_{13}}{(R_{12} + R_{13})^2} - \frac{R_{34}\Delta R_{24}}{(R_{24} + R_{34})^2} + \frac{R_{24}\Delta R_{34}}{(R_{24} + R_{34})^2} \right) V_e \quad (3.11)$$

(3.11) kan efter lidt regning omskrives til:

$$\Delta V_o = \frac{1}{\left(\frac{R_{12}}{R_{13}} + \frac{R_{13}}{R_{12}} + 2\right)} \left(\frac{\Delta R_{12}}{R_{12}} - \frac{\Delta R_{13}}{R_{13}} \right) + \frac{1}{\left(\frac{R_{24}}{R_{34}} + \frac{R_{34}}{R_{24}} + 2\right)} \left(\frac{\Delta R_{34}}{R_{34}} - \frac{\Delta R_{24}}{R_{24}} \right) V_e \quad (3.12)$$

Idet broen forudsættes balanceret i udgangssituationen og $R_{12} = R_{13}$ (og dermed $R_{24} = R_{34}$ ifølge (3.5)) kan (3.12) skrives:

$$\Delta V_o = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_{12}}{R_{12}} - \frac{\Delta R_{13}}{R_{13}} + \frac{\Delta R_{34}}{R_{34}} - \frac{\Delta R_{24}}{R_{24}} \right) V_e \quad (3.13)$$

Modstandene tænkes herefter at være straingages, og idet disse forudsættes at have ens gagefaktor K_g kan vi ifølge (2.15) indføre

$$\frac{\Delta R_{ij}}{R_{ij}} = K_g \Delta \varepsilon_{ij} \quad (3.14)$$

i (3.13) som herefter skrives:

$$\Delta V_o = \frac{K_g}{4} (\Delta \varepsilon_{12} - \Delta \varepsilon_{13} + \Delta \varepsilon_{34} - \Delta \varepsilon_{24}) V_e \quad (3.15)$$

Af (3.15) ses, at brogrenene 1 - 2 og 3 - 4, som ligger "skråt" over for hinanden, indgår med fortegnet +, og at brogrenene 1 - 3 og 2 - 4, som også ligger "skråt" over for hinanden, indgår med fortegnet -. Der vil i det følgende blive gjort brug af dette.

Ligning (3.15), som altså bygger på, at broen i udgangssituationen er balanceret, og at $R_{12} = R_{13}$ er den grundlæggende ligning, vi vil benytte fremover, hvor forskellige muligheder for anvendelse af denne ligning vil blive omtalt.

Bemærk sluttelig, at vi vil regne tøjningsændringer positive, når de svarer til forlængelse, og negative, når de svarer til forkortelse.

3.2 Brotyper

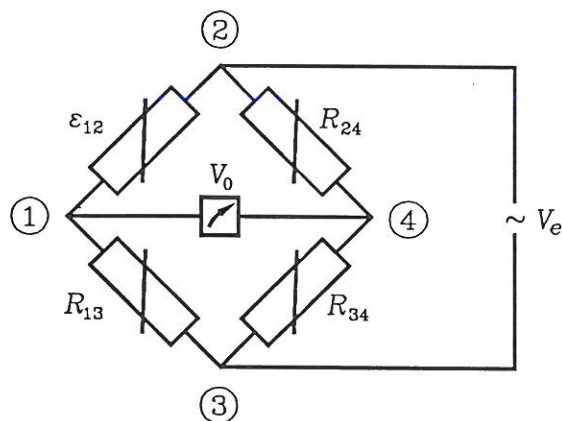
Ved udledningen af grundligningen (3.15) i afsnit 3.1 forsatte vi, at alle 4 modstande i Wheatstone broen ændrer sig. Dette er i praksis langt fra altid tilfældet, og man benytter ofte sprogbroen, "at man har benyttet en bestemt brotype", og mener hermed en Wheatstone bro med et vist antal modstande virkende som strainingages, som altså er målende enheder for hvilke, der sker modstandsændringer. Det resterende antal modstande er derimod faste (konstante) modstande.

Vi vil i det følgende omtale en række af sådanne brotyper, som har navn efter antallet af målende strainingages. Endvidere omtales eksempler på anvendelsen af de forskellige brotyper.

3.2.1. Kvart-broen.

Den simpleste form for brotype er den såkaldte kvart-bro (1/4-bro). Betegnelsen stammer fra, at kun 1/4 af Wheatstone broens 4 modstande er målende, også kaldet *aktive*. Altså kun 1 målende strainingage sammen med 3 faste (konstante) modstande i Wheatstone broen.

Såfremt modstanden i Wheatstone broen er en målende strainingage, vil vi fremover benytte signaturen $\square \epsilon$, og i analogi med figur 3.1 vil kvart-broen herefter blive, som vist i figur 3.2, idet den målende strainingage er placeret i brogren 1 – 2.



Figur 3.2. Kvart-bro. (1/4 bro).

Ved anvendelse af ligning (3.15) fås herefter

$$\Delta \epsilon_{12} = \frac{4}{K_g} \frac{\Delta V_o}{V_e} \quad (3.16)$$

Den påtrykte spænding, V_e , samt gagefaktoren, K_g , er kendte størrelser, og ud fra den målte spændingsændring ΔV_o kan $\Delta \epsilon_{12}$ herefter bestemmes af (3.16).

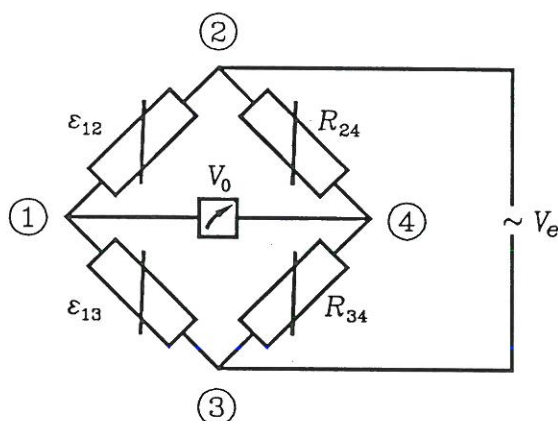
Det skal bemærkes, at i princippet kan en hvilken som helst af de 4 modstande i Wheatstone broen benyttes som den målende strainingage. Den eneste forskel bliver et eventuelt

fortegnsskifte, svarende til plusserne og minusserne i (3.15).

Kvart-broen er en meget benyttet brotype, som altså benyttes til måling med 1 målested. I praksis vil Wheatstone broen i det apparat, man benytter til målingen, en såkaldt *strain-indikator*, ofte være således opbygget, at 2 af de faste modstande R_{24} og R_{34} er indbygget i selve apparatet således, at man blot skal montere den tredje faste modstand R_{13} samt den målende straingage ε_{12} . Dette fører da også direkte over i den næste brotype, halv-broen.

3.2.2. Halv-broen

I en halv-bro ($\frac{1}{2}$ -bro) er der 2 målende straingages, således som det fremgår af figur 3.3. Vi vælger her at lade brogrenene 1 – 2 og 1 – 3 være de målende straingages. Ifølge ligning (3.15) svarer det til, at det er de to første led i parenteser på højre side, som giver bidrag. Det ene med + og det andet med –.



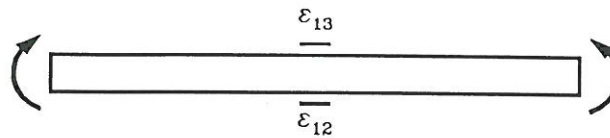
Figur 3.3. Halv-bro forbindelse.

Bemærk, at det er sædvanlig praksis at benytte denne type halv-bro. En anden type halv-bro, som dog oftest går under betegnelsen *dobbelt kvart-bro* eller *diagonalbro* er kort omtalt i afsnit 3.2.3.

En halv-bro forbindelse kan benyttes på forskellig vis. Vi vil her omtale 3 forskellige anvendelsesmuligheder.

Tilfælde 1. Bøjning af bjælker.

Monteringen af straingage 1 – 2 og straingage 1 – 3 foretages, som vist på figur 3.4, sammen med diagrammet på figur 3.3.



Figur 3.4. Bøjning af plan bjælke.

Det antages herefter, at bjælken udsættes for *ren bøjning* således, at tøjningerne ved over- og undersiden af bjælken er numerisk lige store. Kaldes tøjningsændringen ved f.eks. bjælkeoversiden $\Delta\epsilon$, fås således ved indsættelse i (3.15):

$$\Delta V_o = \frac{K_g}{4} \cdot 2\Delta\epsilon V_e \quad (3.17)$$

Vi får således i dette tilfælde det dobbelte output signal af, hvad vi ville få ved anvendelse af en kvart-bro forbindelse med ϵ_{12} som målende straingage.

Det skal bemærkes, at påvirkes bjælken udover momentet også med en centralt virkende normalkraft, som giver lige store tøjninger overalt i bjælketværsnittet, vil vi ikke ved anvendelse af halv-bro forbindelsen kunne konstatere dette tøjningsbidrag. Halv-broen vil således "kompensere" normalkraftbidraget væk.

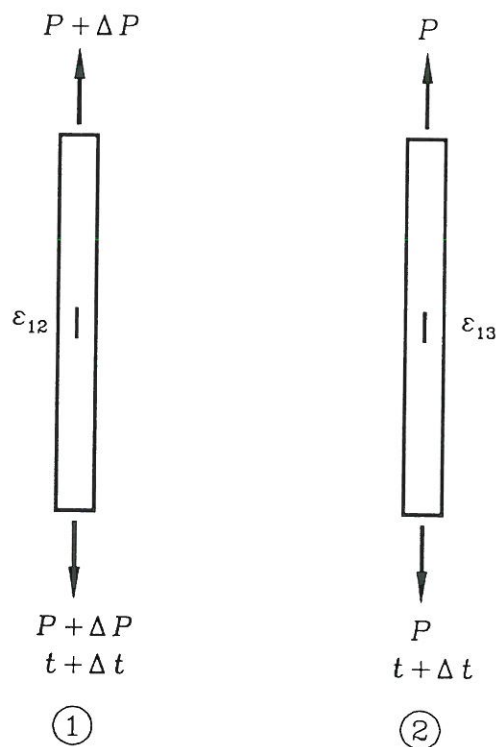
Halv-bro forbindelsen har en meget væsentlig fordel, hvilket omtales i næste tilfælde.

Tilfælde 2. Halv-bro forbindelse med temperaturkompenserende straingage.

Vi har i afsnit 2.3 omtalt, at straingages kan fås som såkaldte selv-temperaturkompenserende straingages, d.v.s. de er fremstillet således, at de i videst muligt omfang er tilpasset konstruktionsmaterialets temperaturudvidelseskoefficient, se figur 2.9. Dette minimerer bidrag fra eventuelle temperaturændringer.

Til en sådan temperaturkompensering kan en halv-bro forbindelse også med stor fordel benyttes.

Princippet er følgende, se figur 3.5.



Figur 3.5. Trækstænger (Temperaturkompensering).

Vi forestiller os to identiske trækstænger hver monteret med en straingage i langsgående retning. Straingagen på stang 1 skal måle tøjningsændringen $\Delta\epsilon_{12}$ og straingagen på stang 2 skal måle tøjningsændringen $\Delta\epsilon_{13}$ svarende til halvbroforbindelsen på figur 3.3. Belastningen P påføres begge trækstænger. Temperaturen er $t^\circ\text{C}$. Dette er begyndelsestilstanden, og Wheatstone broen balanceres svarende hertil.

Stang 1 påføres herefter yderligere kraften ΔP , således at den samlede kraft er $P + \Delta P$, og en tøjningsændring $\Delta\epsilon_{12}(\Delta P)$ hidrørende herfra vil være en realitet. Samtidig gives begge stænger en temperaturændring Δt , som giver anledning til en tøjningsændring i begge stænger, og da disse er identiske, må tøjningsændringerne fra temperaturændringen være lige store, altså $\Delta\epsilon_{12}(\Delta t) = \Delta\epsilon_{13}(\Delta t)$.

De totale tøjningsændringer i de to stænger bliver således i sluttilstanden, som er kraft $P + \Delta P$ og temperatur $t + \Delta t$ for stang 1 og kraft P og temperatur $t + \Delta t$ for stang 2:

$$\Delta\epsilon_{12}^{total} = \Delta\epsilon_{12}(\Delta P) + \Delta\epsilon_{12}(\Delta t) \quad (3.18)$$

$$\Delta\epsilon_{13}^{total} = \Delta\epsilon_{13} = \Delta\epsilon_{12}(\Delta t) \quad (3.19)$$

Indsættes i ligning (3.15) fås:

$$\Delta V_o = \frac{K_g}{4} (\Delta \varepsilon_{12}(\Delta P) + \Delta \varepsilon_{12}(\Delta t) - \Delta \varepsilon_{12}(\Delta t)) V_e = \frac{k_g}{4} \Delta \varepsilon_{12}(\Delta P) V_e \quad (3.20)$$

Det ses således, at vi med halv-bro forbindelsen ikke kommer til at måle bidraget fra temperaturændringen Δt , men alene måler tøjningsændringen fra kraftpåvirkningen af stang 1.

Vi kan således konkludere, at såfremt vi har den "egentlige" konstruktion (her stang 1), som udsættes både for en kraftpåvirkning og en temperaturpåvirkning kan vi ved at "tage" en identisk konstruktion (her stang 2) og kun udsætte den for temperaturpåvirkningen ved hjælp af halv-bro forbindelse kompensere for temperaturbidraget.

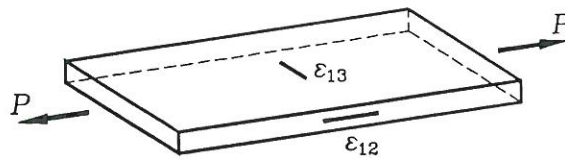
I praksis kan det ofte være vanskeligt at have to "identiske" konstruktioner, og ofte må man gå lidt på kompromis med hjælpekonstruktionen (her stang 2).

Ofte "går man både med livrem og seler" forstået på den måde, at man vælger at benytte en selv-temperaturkompenserende straingage og herudover vælger at lade den målende straingage for kraftpåvirkning indgå i en halv-bro forbindelse med en ikke-kraftpåvirket straingage af samme type (den temperaturkompenserende straingage).

Såfremt man både ønsker at bestemme bidrag fra kraftpåvirkning og temperaturændring skal halv-bro forbindelsen i denne udformning selvfølgelig ikke benyttes. I så fald kan f.eks. en kvart-bro anvendes.

Tilfælde 3. Halv-bro forbindelse med langs- og tværgående straingage.

Som et sidste eksempel på anvendelse af halv-bro forbindelser kan nævnes det i figur 3.6 viste tilfælde, hvor en trækstang er forsynet med dels en langsgående straingage (broforbindelse 1 - 2) og dels en tværgående straingage (broforbindelse 1- 3).



Figur 3.6. Trækstang med langs- og tværgående straingage.

Idet materialet forudsættes lineært elastisk med elasticitetskoefficient E og Poissons forhold ν haves:

$$\Delta \varepsilon_{13} = -\nu \Delta \varepsilon_{12} \quad (3.21)$$

som ved indsættelse i (3.15) giver:

$$\Delta V_o = \frac{K_g}{4} (1 + \nu) \Delta \varepsilon_{12} V_e \quad (3.22)$$

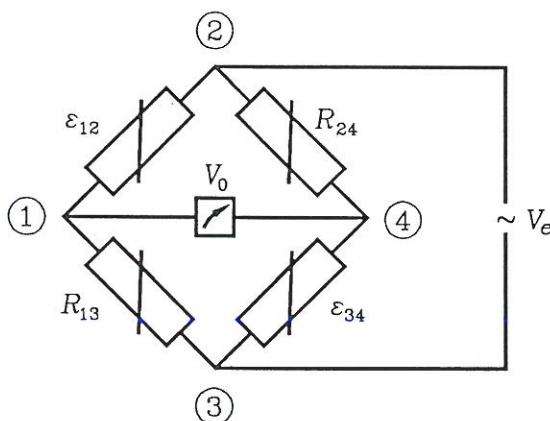
Såfremt $\Delta\varepsilon_{12}$ kendes, f.eks. bestemt ud fra P , tværsnitsareal og E kan (3.22) benyttes til bestemmelse af ν .

Man kan også vælge at lade de to straingages indgå i 2 kvart-bro forbindelser og ud fra måling af $\Delta\varepsilon_{12}$ bestemme E og herefter ved måling af $\Delta\varepsilon_{13}$ sammenholdt med måling af $\Delta\varepsilon_{12}$ bestemme ν .

Bemærk, at den tværgående straingage har stor tøjningspåvirkning vinkelret på dens længderetning, hvorfor der bør korrigeres for tværeffekt, se afsnit 2.2.

3.2.3. Dobbelt kvart-bro (diagonal-bro)

En anden halv-bro forbindelse skal kort omtales i dette afsnit. Der indgår 2 målende straingages i den, f.eks. i brogrenene 1 – 2 og 3 – 4, se figur 3.7. Forbindelsen betegnes normalt *ikke* en halv-bro, idet dette navn er reserveret til den i afsnit 3.2.2 omtalte broforbindelse. Forbindelsen betegnes derimod en *dobbelt kvart-bro* eller en *diagonal-bro*.



Figur 3.7. Dobbelt kvart-bro eller diagonal-bro.

Karakteristisk for brotypen er, at modstandsændringerne indgår med samme fortegn, og vi får dermed ved indsættelse i (3.15):

$$\Delta V_o = \frac{K_g}{4} (\Delta\varepsilon_{12} + \Delta\varepsilon_{34}) V_e \quad (3.23)$$

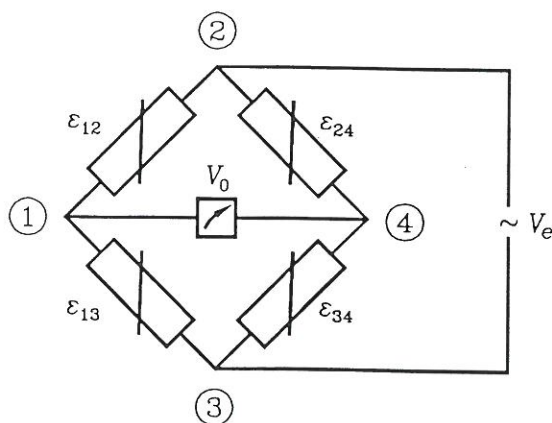
altså blot en summation af bidragene fra brogrenene 1 – 2 og 3 – 4.

Den dobbelte kvart-bro benyttes ikke særligt meget. Bemærk, at den ikke har halvbroens temperaturkompenserende fordel.

I princippet kan man også benytte en broforbindelse, hvor 3 ud af Wheatstone broens 4 modstande er målende straingages. En sådan broforbindelse benyttes dog ikke i praksis. Sluttelig skal omtales en broforbindelse, hvor alle 4 modstande er målende straingages.

3.2.4. Fuld-broen

Ved fuld-broen er alle 4 modstande mælende straingages, se figur 3.8, og den styrende ligning er derfor ligning (3.15).



Figur 3.8. Fuld-bro.

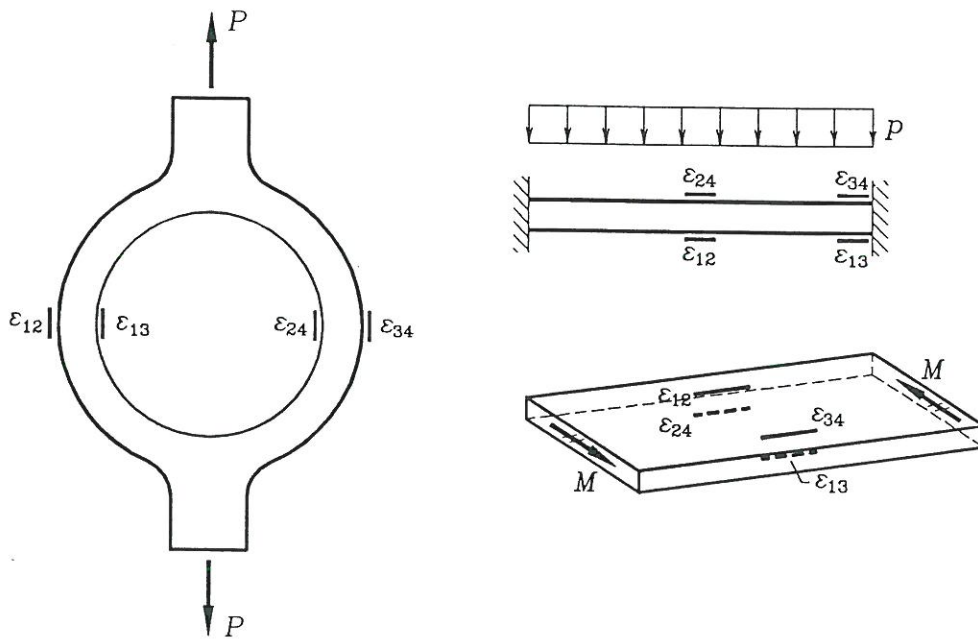
En fuld-bro benyttes meget i f.eks. krafttransducere. Vi skal i det følgende omtale et par forskellige anvendelsesmuligheder for fuld-broen.

Tilfælde 1. Bøjning af bjælker

Her findes mange forskellige anvendelser, hvoraf nogle er skitseret på figur 3.9. Principet for alle de 3 viste tilfælde er, at 2 af straingagene bliver påvirket f.eks. svarende til forlængelse, mens de 2 andre for samme påvirkning bliver påvirket svarende til forkortelse. Dette betyder, at ligning (3.15) i disse tilfælde kan skrives:

$$\Delta V_o = \pm \frac{K_g}{4} (|\Delta \varepsilon_{12}| + |\Delta \varepsilon_{13}| + |\Delta \varepsilon_{34}| + |\Delta \varepsilon_{24}|) V_e \quad (3.24)$$

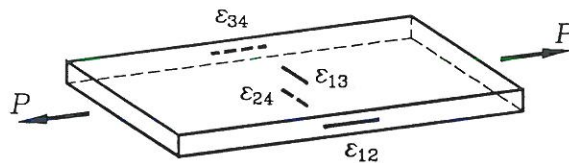
således, at vi altid får den numeriske sum af tøjningsændringerne. Fuld-broen er samtidig temperaturkompenserende, jævnfør afsnit 3.2.2.



Figur 3.9. Bøjning af bjælkerne i fuld-bro forbindelse.

Tilfælde 2. Træk-/trykstang med 2 langs- og 2 tværgående straingages

Dette tilfælde er blot en udvidelse af det i afsnit 3.2.2, tilfælde 3 behandlede. En træk/trykstang forsynes med 4 straingages, som vist på figur 3.10.



Figur 3.10. Træk-/trykstang med 4 straingages i fuld-bro forbindelse.

I analogi med (3.21) og (3.22) fås da, idet det forudsættes, at $\Delta\epsilon_{12} = \Delta\epsilon_{34} = \Delta\epsilon_l$ og $\Delta\epsilon_{13} = \Delta\epsilon_{24} = \Delta\epsilon_t$ (index l for langsgående og index t for tværgående):

$$\Delta\epsilon_t = -\nu\Delta\epsilon_l \quad (3.25)$$

og dermed ved indsættelse i (3.15):

$$\Delta V_o = \frac{K_g}{2}(1 + \nu)\Delta\epsilon_l V_e \quad (3.26)$$

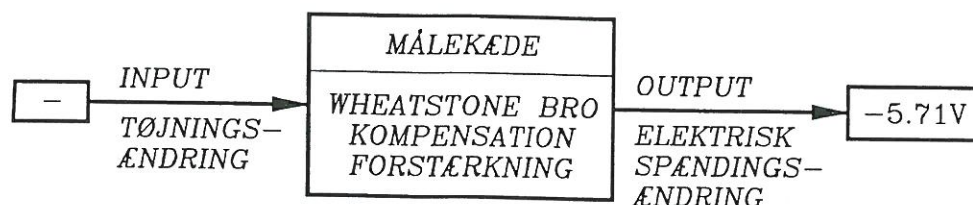
altså dobbelt så stort udgangssignal som ved halvbroen, se ligning (3.22).

4. KALIBRERING AF STRAINGAGE MÅLEKÆDER

Vi har i det foregående set, hvorledes en tøjningsændring i en given retning i et punkt i en konstruktion ved anvendelse af en straingage i punktet omsættes til en modstandsændring i straingagen. Modstandsændringen omdannes via Wheatstone-broen til en elektrisk spændingsændring. Denne vil ofte i en moderne strainindikator blive forstærket, så vi ender med en elektrisk spænding typisk liggende i intervallet -10V til $+10\text{V}$.

Spørgsmålet er nu: Hvordan skaber vi den talmæssige forbindelse mellem værdien af tøjningsændringen (inputtet) og værdien for spændingsændringen (outputtet)?

Vi har som omtalt i noten "Den eksperimentelle mekaniks baggrund og begreber i korte træk" med en *målekæde* at gøre, her blot symboliseret ved "kassen" i figur 4.1.



Figur 4.1. Målekæde ved straingage måling.

Når vi udfører selve målingen, sker det f.eks. ved at aflæse en værdi på en skala eller en talværdi på et digitalt instrument. Vi får altså i disse tilfælde "et tal" (= en aflæsning) ud af målingen, og værdien af den ønskede størrelse, her tøjningsændringen, kan således udtrykkes ved:

$$\text{"måling af ønsket størrelse"} = \text{"aflæsning"} \times \text{"faktor"} \quad (4.1)$$

På højresiden i (4.1) kender vi altså aflæsningen og mangler at bestemme "faktoren". Dette gøres ved en *kalibrering*.

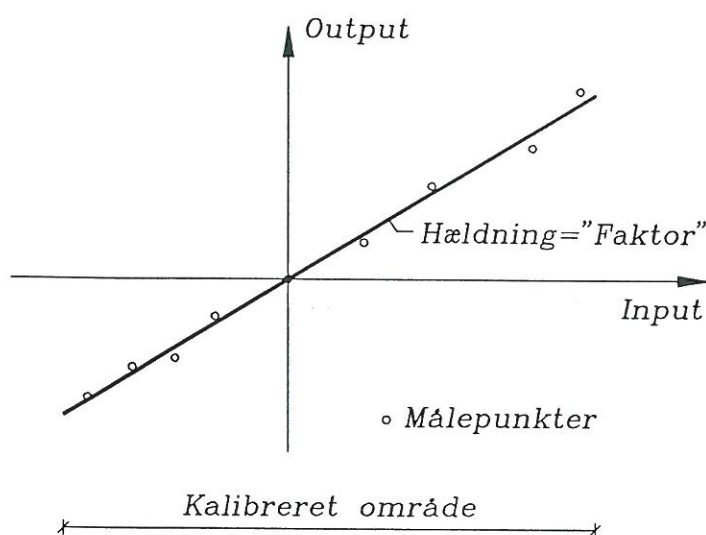
I princippet kan kalibreringen foretages på følgende måde:

1. Der foretages først en nulstilling, d.v.s. målestørrelsen sættes til nul, og der foretages en aflæsning. Om muligt ændres denne aflæsning, man bruger sprogbrogen "der nulkomponeres", så den også bliver nul, hvilket kan være en fordel rent praktisk.
2. Herefter påvirkes målekæden med en kendt værdi af målestørrelsen, inputtet, og outputtet aflæses. På grundlag heraf kan faktoren i (4.1) bestemmes.

Ovenstående punkt 2 gentages i princippet med flere forskellige værdier af målestørrelsen således, at man kan konstatere, hvilken sammenhæng der er mellem input og output. Som anført i (4.1) forudsættes, at der er tale om en lineær sammenhæng, d.v.s. vi opererer kun med en værdi for "faktoren".

(4.1) bør afprøves både for positive og negative værdier og bør være undersøgt inden for hele det område, hvor man ønsker at anvende den pågældende målekæde.

Ofte vil man på grundlag af foranstående *kalibreringsmålinger* optegne sammenhørende værdier mellem input og output og ved anvendelse af lineær regression bestemme den bedste rette linie. Hældningen på denne er lig "faktor" i (4.1), se figur 4.2.



Figur 4.2. Kalibreringskurve.

Vi har hermed fået bestemt en *kalibreringskurve*, som kan benyttes i stedet for (4.1). Såfremt der er fremstillet en krafttransducer, f.eks. ved anvendelse af 4 straingages monteret i fuldbro som vist på figur 3.9.a, kan foranstående i princippet benyttes, såfremt vi kender en række kraftstørrelser, som kan benyttes ved kalibreringen. For små kræfter kan man forestille sig, at man benytter tyngdens virkning på en række forskellige lodder til kalibreringen. For større kræfter kan en (kalibreret!) træk/tryk prøvemaskine benyttes til frembringelse af kendte kraftstørrelser.

Problemet er lidt anderledes, når talen er om straingage kalibrering. Det er ikke her så ligetil at frembringe ganske bestemte tøjningsændringer, og man vælger derfor ofte andre kalibreringsmuligheder. Vi skal i det følgende kort omtale disse.

4.1. Strain-indikator med indbygget kalibreringssignal

Mange måleforstærkere til strain-gage måling, såkaldte strain-indikatorer, har ofte indbygget et eller flere kalibreringssignaler.

Det kan f.eks. være givet ved, at man ved en gagefaktor på 2 kan give et inputsignal svarende til en tøjning på $1000 \cdot 10^{-6}$, og man kan så se, hvilket output man får i dette tilfælde. Ofte findes flere forskellige størrelser på inputsignalet.

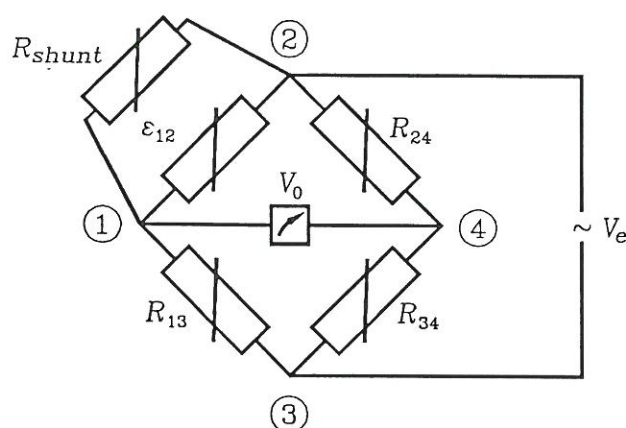
Kalibreringssignalet kan også være givet i mV/V. Haves en gagefaktor på 2 og et kalibreringssignal på $1 \text{ mV/V} = 10^{-3} \text{ V/V}$ virkende på en kvart-bro, fås ifølge (3.16), at dette svarer til en tøjningsændring på

$$\Delta \varepsilon = \frac{4}{2} \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 2000 \cdot 10^{-6} \quad (4.2)$$

4.2. Shunt kalibrering

En meget anskuelig og simpel (og billig) måde at kalibrere en strain-gage målekæde på er ved anvendelse af en såkaldt *shunt kalibrering*.

Lad os antage, at vi benytter en kvart-bro, som vist i figur 3.2. Broen forudsættes balanceret i udgangssituationen. I stedet for direkte at frembringe en tøjningsændring af strain-gagen 1 – 2, vil vi i stedet frembringe en "kunstig tøjningsændring" ved at anbringe en modstand, shuntmodstanden R_{shunt} , parallelt med strain-gagen ε_{12} i brogren 1 – 2. Situationen er skitseret i figur 4.3. Strain-gagen har i den balancerede situation modstanden R_{12} .



Figur 4.3. Kvart-bro med shunt modstand.

Den samlede modstand over brogren 1 – 2, R_{12}^* , er nu bestemt ved:

$$\frac{1}{R_{12}^*} = \frac{1}{R_{shunt}} + \frac{1}{R_{12}} \quad (4.3)$$

Af (4.3) fås:

$$R_{12}^* = \frac{R_{shunt} \cdot R_{12}}{R_{shunt} + R_{12}} \quad (4.4)$$

og vi har således fået en relativ modstandsændring i forhold til den balancerede situation på:

$$\frac{\Delta R_{12}}{R_{12}} = \frac{R_{12}^* - R_{12}}{R_{12}} = \frac{R_{shunt}}{R_{shunt} + R_{12}} - 1 \quad (4.5)$$

Ifølge (2.11) fås da en tøjningsændring på:

$$\Delta \varepsilon_{12} = \frac{1}{K_g} \frac{\Delta R_{12}}{R_{12}} = \frac{1}{K_g} \left(\frac{R_{shunt}}{R_{shunt} + R_{12}} - 1 \right) \quad (4.6)$$

hvor K_g er gagefaktoren for straingage 1 – 2.

Eksempel 4.1.

En kvart-bro med en målende straingage med gagefaktor 2,00 og en modstand på 120,4 Ohm balanceres. Over straingagen "shuntet" en modstand på 100 kOhm. Dette vil svare til en tøjningsændring, som ifølge (4.6) bliver

$$\Delta \varepsilon = \frac{1}{2,00} \left(\frac{10^5}{10^5 + 120,4} - 1 \right) = -602 \cdot 10^{-6} \quad (a)$$

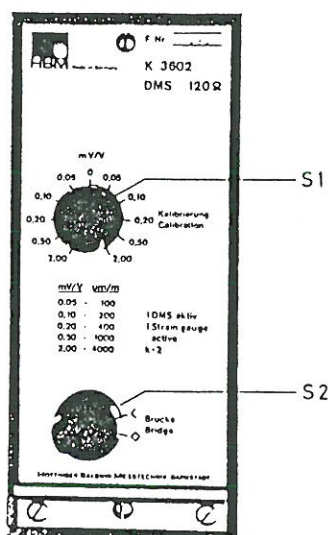
Regnes $R_{12} = 120$ Ohm og $K_g = 2,00$ fås de i tabel 4.1 angivne sammenhænge mellem R_{shunt} og $\Delta \varepsilon$.

R_{shunt} i Ω	10^4	$5 \cdot 10^4$	10^5	$5 \cdot 10^5$	10^6
$\Delta \varepsilon \cdot 10^6$	-5929	-1197	-599	-120	-30

Tabel 4.1. Tøjningsændringer for forskellige værdier af shunt-modstand for en kvart-bro med modstand for den målende gage på 120 Ohm og gagefaktor lig med 2,00.

4.3. Kalibrering med kalibreringsenhed

Der findes i handelen kalibreringsenheder, som benytter det i afsnit 4.2 anførte princip med shuntkalibrering. Et eksempel herpå er vist i figur 4.4.



Figur 4.4. Kalibreringsapparat

Dette apparat kan benyttes i forbindelse med 120 Ohms strainingages og både halv- og fuldbroer kan benyttes. (Kvart-broer kan også benyttes, men kun for negative værdier). Følgende signaler for tøjninger kan fås: 0, 100, 200, 400, 1000, 4000 og de tilsvarende negative, hvor alle værdier skal multipliceres med 10^{-6} . Værdierne gælder for en gagefaktor på 2,00.

Bilag B

Laboratorieforsøg med aluminiumskive og -bjælke

Kortfattet orientering om

STRAININGAGEFORSØG MED ALUMINIUMSKIVE OG ALUMINIUMBJÆLKE.

Formål:

Formålet er at foretage en eksperimentel bestemmelse af tøjningen i en række punkter af en bjælke/skive udført af aluminium. Ved anvendelse af transformationsformler og de konstitutive ligninger kan der herefter foretages en bestemmelse af normal- og forskydningsspændinger, hovedspændinger og hovedretninger m.v.

Bjælke-/skivemateriale:

Bjælke-/skivematerialet antages homogent og isotropt, og kan inden for det benyttede belastningsinterval regnes lineært elastisk. På grundlag af forsøg med et prøvelegeme udsat for spændingstilstanden enakset træk er følgende materialekonstanter bestemt:

Elasticitetsmodul: $E = 7,33 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$

Poissons forhold : $\nu = 0,33$

Prøvelegemer:

De til forsøget anvendte prøvelegemer er vist i figur 1, se side 5. Det skal bemærkes, at der i figuren er benyttet de sædvanlige signaturer for enkeltkræfter og understøtninger til trods for, at dette er idealiseringer, som ikke fuldt ud kan imødekommes i praksis, hvilket også gælder for dette forsøg. Opmærksomheden henledes i denne forbindelse også på St. Venants princip, se f.eks. Mekanik 2.1, afsnit 4.6.

For aluminiumskiven er en række straingages monteret i et snit til højre for midten, mens straingagene for aluminiumbjælken er placeret til venstre for midten.

Hvad er en straingage?

Der skal her kun gives en kort beskrivelse af straingages og disses virkemåde. Oversættes ordet direkte må det danske ord blive "tøjningsmåler", men dette ord bruges normalt ikke, idet vi her i landet har valgt at benytte det engelske ord.

Rent fysisk er en straingage en elektrisk modstand monteret på et bærelag, som limes på overfladen af det legeme, hvis tøjningsændringer ønskes bestemt.

Såfremt tøjningen ændrer sig på legemets overflade vil denne ændring overføres til straingagen og der sker en modstandsændring af straingagen. Det viser sig, at der med god tilnærmelse i mange tilfælde kan tilvejebringes en lineær sammenhæng mellem tøjningsændring og modstandsændring. Modstandsændringen, som ganske vist er meget lille for sædvanligt forekommende tøjningsændringer, er man ved anvendelse af et såkaldt elektrisk konditioneringskredsløb i stand til at måle.

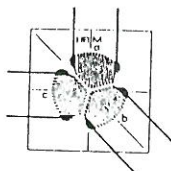
Tøjningsændringen på legemets overflade overføres altså gennem bærelaget til selve den elektriske modstand i straingagen. Det er værd at notere sig, at straingagen måler

længdetøjninger i straingagens længderetning og at man ikke kan måle tværtøjninger ved anvendelse af sædvanlige straingages.

For at fastlægge tøjningstilstanden i et punkt på overfladen (plan tilstand) er det nødvendigt at måle længdetøjninger i 3 forskellige retninger (f.eks. 0° - 45° - 90°).

Dette kan f.eks. ske ved anvendelse af en såkaldt rosettegage, som består af 3 elektriske modstande fastgjort til samme bærelag.

De til dette forsøg anvendte straingages er alle rosettegages af fabrikat HBM, type 6/120 RY13, og er vist i figur 2. Endvidere er anvendt enkeltgage af fabrikat HBM, type 3/120 LY13.



Figur 2. Rosettegager

Straingage placering:

Den nøjagtige placering af straingagene er vist i figur 3, se side 6. På skiven er der monteret ialt 18 rosettegages, 9 på forsiden og 9 på bagsiden. Nummereringen af rosettegagene er fra 1 til 18 således, at nr. 10 sidder over for nr. 1, nr. 11 over for nr. 2 o.s.v.

Herudover er der placeret 4 enkeltgages - 2 på oversiden og 2 på undersiden.

På bjælken er der monteret ialt 10 rosettegages, 5 på forsiden og 5 på bagsiden. Nummereringen af rosettegagene er fra 1 til 10 således, at nr. 6 sidder over for nr. 1, nr. 7 over for nr. 2 o.s.v.

Herudover er der placeret 4 enkeltgages - 2 på oversiden og 2 på undersiden.

Retningerne inden for cirklerne i figur 3 viser måleretningerne for de 3 straingages i rosettegagen samt rækkefølgen: vandret, lodret og 45° .

Målesystem:

For hvert belastningstrin ønskes målt dels den påførte kraft og tøjningerne for alle straingagene.

For skiven bliver der således tale om ialt $1 + 3 \times 18 + 4 = 59$ målestørrelser og for bjælken om $1 + 3 \times 10 + 4 = 35$ målestørrelser.

Skal dette gøres ved direkte aflæsning vil det være meget tidskrævende tillige med, at målingerne ikke vil blive foretaget samtidigt.

Det vil derfor være formålstjenligt at anvende et dataopsamlingssystem styret af en computer med tilsluttet printer således, at automatisk registrering af målingerne kan finde sted.

Det anvendte målesystem ved dette forsøg er skitseret i figur 4, se side 7.

Kraften måles på kanal 1.00. (Tallet før . angiver nummeret på dataopsamlingsenheden, her 1 og tallet efter . angiver kanalnummeret, her 00). Kraften angives på udskriften i volt og omsætningsforholdet ved dette forsøg er, at

1 V svarer til 6 kN.

Bemærk endvidere, at på udskriften er kraftfortegnet negativt.

Straingagene for skiven har følgende kanalnumre, se også figur 3:

Rosettegage nr. 1:	Vandret gage	: 1.10
	Lodret gage	: 1.11
	Skrå gage	: 1.12
Rosettegage nr. 2:	Vandret gage	: 1.13
	Lodret gage	: 1.14
	Skrå gage	: 1.15
.		
.		
.		
Rosettegage nr. 18:	Vandret gage	: 2.01
	Lodret gage	: 2.02
	Skrå gage	: 2.03
Enkeltgages på oversiden:	2.04 og 2.05	
Enkeltgages på undersiden:	2.06 og 2.07	

Straingagene for bjælken har følgende kanalnumre, se også figur 3:

Rosettegage nr. 1:	Vandret gage	: 2.10
	Lodret gage	: 2.11
	Skrå gage	: 2.12
.		
.		
.		
Rosettegage nr. 10:	Vandret gage	: 2.37
	Lodret gage	: 2.38
	Skrå gage	: 2.39
Enkeltgages på oversiden:	2.40 og 2.41	
Enkeltgages på undersiden:	2.42 og 2.43	

Længdetøjningerne angives i $\mu\text{m}/\text{m}$, altså 10^{-6} . Dette benævnes ofte 1 mikrostrain og forkortes undertiden μS eller $\mu\epsilon$.

Tøjningerne regnes positive svarende til forlængelse.

Den tid dataopsamlingssystemet måler på hver enkelt kanal (hvor det så beregner en gennemsnitsværdi inden for dette tidsrum) er ved dette forsøg sat til 4,44 ms.

Belastning:

For skiven benyttes følgende lasttrin i kN:
0 - 15 - 30 - 45 - 0.

For bjælken benyttes følgende lasttrin i kN:
0 - 2,5 - 5,0 - 7,5 - 0.

Nøjagtighed:

For at få en fornemmelse af den nøjagtighed man kan måle kraft- og tøjningsstørrelser med, kan angives, at kraften måles med en nøjagtighed på 0,2%. og at usikkerheden $s(\epsilon)$ på en tøjningsmåling for den aktuelle måleopstilling kan regnes at være af størrelsesorden $s(\epsilon) = (3 + 0,01 |\epsilon|)$ mikrostrain.

Databearbejdning:

Udover den udskrift, som kommer i direkte tilknytning til forsøget, kan der efter forsøgets udførelse fås en fil med delvist bearbejdede data, som kan tjene som grundlag for den videre resultatbehandling.

Rapport:

Omfanget af rapporten aftales med vejlederne, men bør som et minimum indeholde:

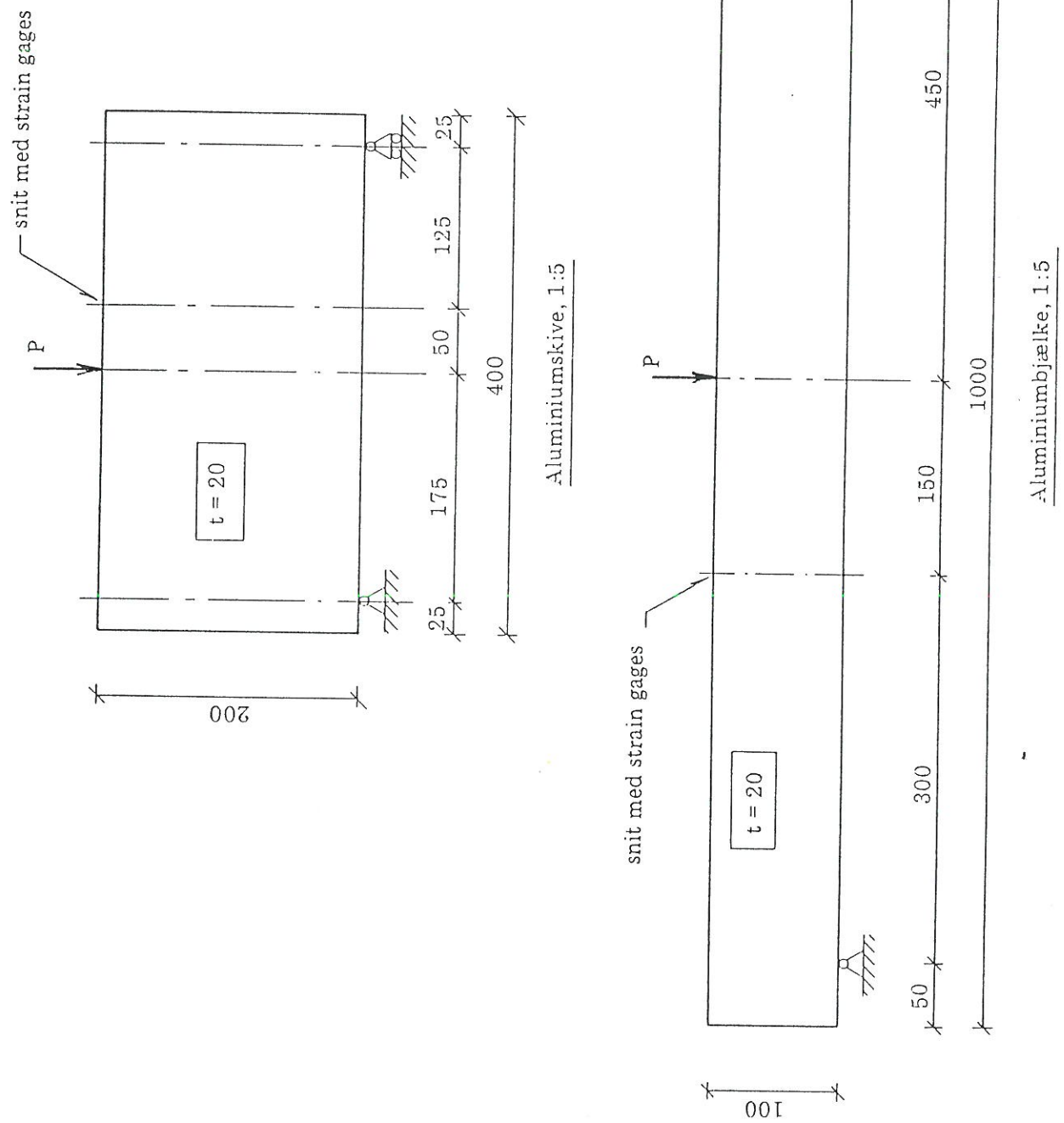
1. Beskrivelse af måleopstilling, forsøgslegemer og måleapparatur.
De originale måleresultater.
2. Vurdering af linearitet mellem de forskellige belastningstrin.
3. Bestemmelse af hovedspændinger og hovedretninger for alle målepunkter, eventuelt kun for et af lasttrinnene for både bjælke og skive.
4. Bestemmelse af normal- og forskydningsspændinger i de lodrette snit hvor gagene er placeret. Sammenligning med Naviers og Grashofs formler.
Undersøgelse af ækvivalens mellem snitkræfter og de fundne spændinger.
5. Konklusion.

Marts 1994.

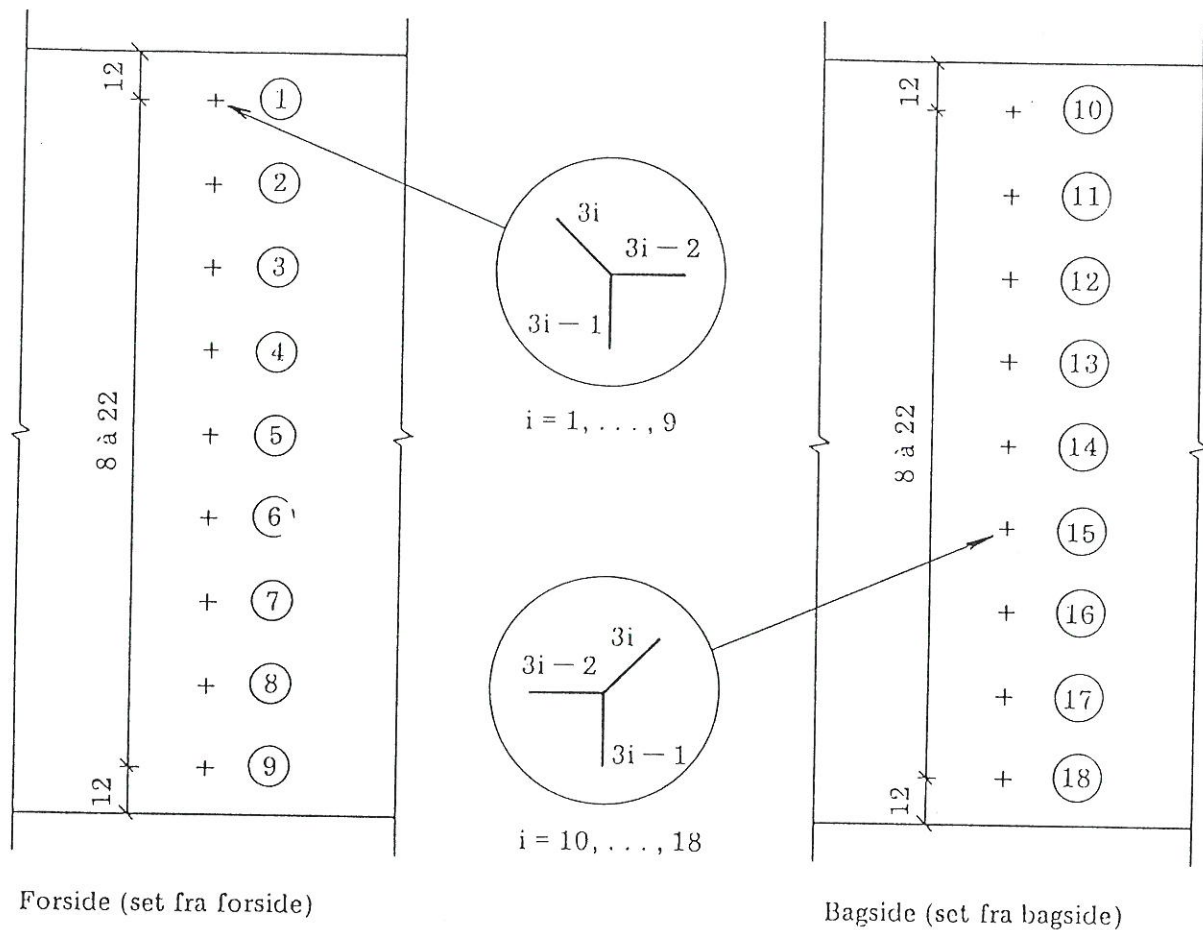
Lars Pilegaard Hansen

Figur 1.

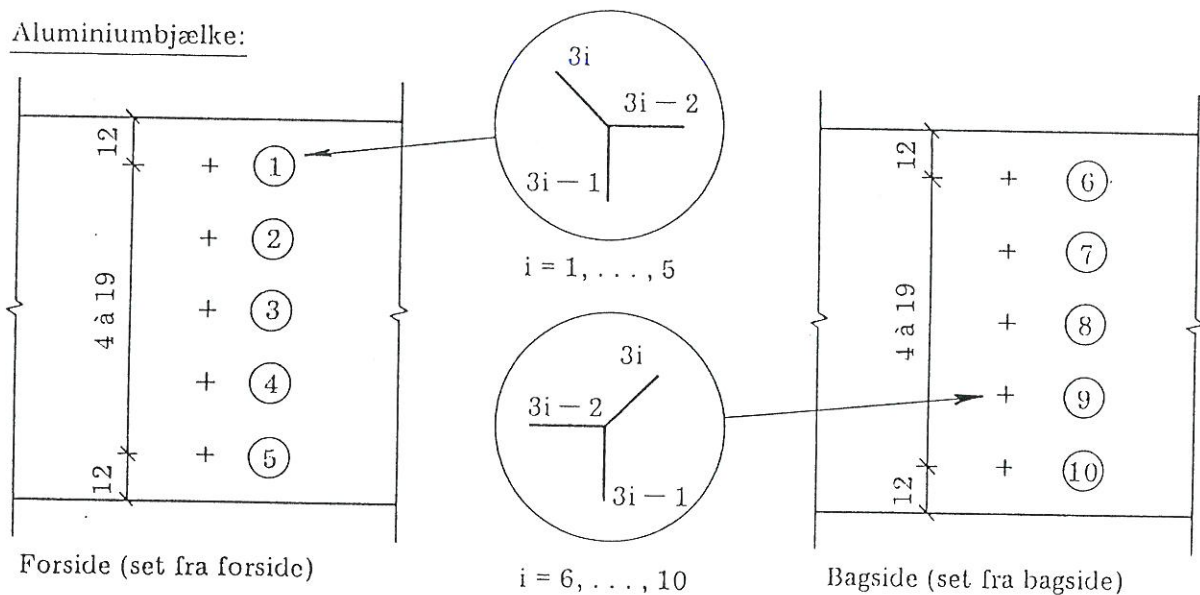
Aluminiumskive og aluminiumbjælke



Aluminiumskive:



Aluminiumbjælke:



Gageplacering: vandret, lodret, 45°

Ubenævnte mål er mm

Figur 3. Placering af rosettegages

Dataopsamlingssystem nr. 1: HBM - UGR60

1.00-1.09	1.10-1.19	1.20-1.29	1.30-1.39	1.40-1.49	1.50-1.59

Dataopsamlingssystem nr. 2: HBM - UGR60

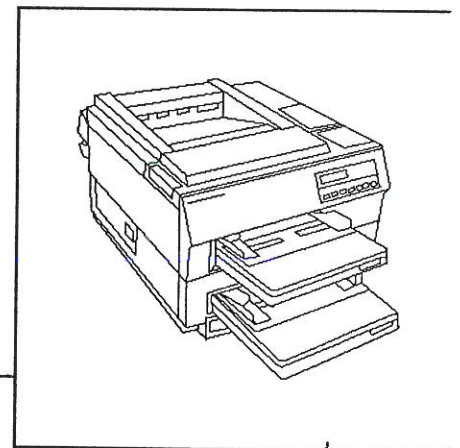
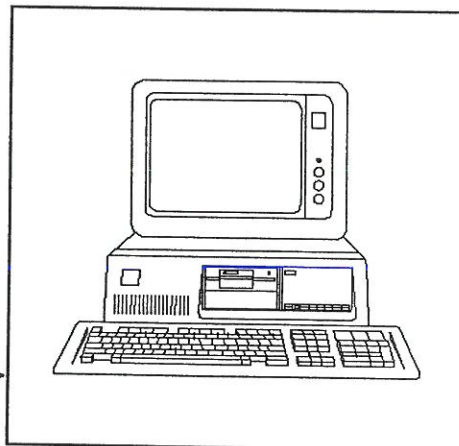
2.00-2.09	2.10-2.19	2.20-2.29	2.30-2.39	2.40-2.49	2.50-2.59

IEEE488 interface

Måling af kraft på kanal 1.00.

Måling af straininges på skive på kanal 1.10 - 2.07.

Måling af straininges på bjælke på kanal 2.10 - 2.43.



HBM standard dataopsamlingsprogram ugebie.

Interface mellem PC og HBM UGR60 er IEEE488.

Figur 4. Målesystem